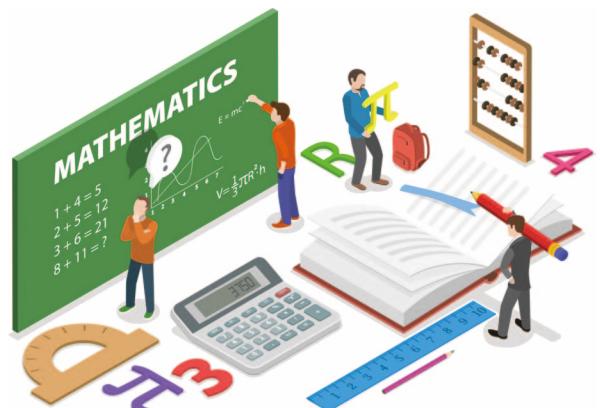


2022 개정 교육과정

수학 교과 역량 함양을 위한 프로젝트 수업

# 고등학교 수학 PBL 자료집

공통수학 1, 공통수학 2



# 프로젝트 기반 학습으로 설계한 고등 수학 수업

## 1 프로젝트 기반 학습의 개념

〈삶과 연계한 고등 수학 PBL 자료집〉의 수업들은 2022 개정 교육과정과 연계하여 프로젝트 기반 학습(Project Based Learning)으로 설계되었습니다. 프로젝트 기반 학습은 2025년부터 본격화되는 2022 교육과정 및 공교육의 혁신적 변화에 부응하는 교수·학습 방법입니다.

이는 학습자와 연관된 실제적이고 복잡한 문제나 탐구 질문에 대하여 학생들이 주도적으로 깊이 있는 학습을 수행하며, 협력적 탐구를 통해 핵심역량을 함양하는 과정입니다. 학생들은 이 수업을 통해 수학 교과와 관련한 지식과 기능을 습득하고, 이를 실제 삶의 문제 해결에 적용하며 자기관리, 지식정보처리, 창의적 사고, 심미적 감성, 협력적 소통, 공동체 역량 등 교육과정이 강조하는 핵심역량을 개발합니다.

프로젝트 기반 학습은 학생들이 스스로 탐구하고 학습하는 주도성을 강화하며, 개념 기반의 탐구학습을 통해 문제 해결 능력을 향상시킵니다. 이는 단순한 지식 전달을 넘어 학생들이 학습 주제에 대해 깊은 관심과 호기심을 가지고 능동적으로 참여하는 학습 경험을 제공합니다.

이러한 접근은 2022 개정 교육과정이 지향하는 깊이 있는 학습, 학습자 주도성, 그리고 미래 사회를 살아갈 학생들의 핵심역량 강화라는 목표와 긴밀히 연계되어 있습니다. 프로젝트 기반 학습을 통해 학생들은 수학적 개념을 실생활과 연결하여 이해하고, 복잡한 문제 상황에서 창의적으로 해결책을 모색하는 능력을 기르게 됩니다.

## 2 백워드 설계(Backward Design)로 시작하는 의미 있는 수업

수업을 준비하면서 늘 고민했던 것은 ‘이 수업이 학생들에게 정말 의미가 있을까?’였습니다. 백워드 설계는 단순히 ‘무엇을 가르칠까’가 아니라 ‘학생들이 무엇을 알고, 할 수 있어야 하는가’에서 출발하는 접근법입니다.

### 백워드 설계의 내용

먼저 도달점을 정합니다. 학생들이 무엇을 이해하고 할 수 있기를 바라는지 명확히 합니다. 그 다음, 학생들이 정말 이해했는지 어떻게 알 수 있을지 고민합니다. 마지막으로, 그 목표에 도달하기 위한 수업 활동을 설계합니다.

이 방식은 2022 개정 교육과정이 지향하는 바와 일치합니다. 학생들의 주도성을 키우고, 깊이 있는 학습을 통해 실제 삶에 필요한 역량을 기르는 것, 그게 바로 우리가 원하는 교육의 모습 아닐까요? 이런 생각을 바탕으로, 집필진은 수학 프로젝트 수업을 만들어보기로 했습니다. 그 과정은 대략 이렇습니다:

## 백워드 설계의 절차

### 1단계 무엇을 배우길 원하는가?

먼저 교육과정을 꼼꼼히 살펴보며 목표를 정했습니다. 단순히 수학 지식뿐만 아니라, 자기관리능력, 창의력, 의사소통 능력 같은 핵심 역량도 함께 고려했죠. 그리고 학생들의 호기심을 자극할 만한 질문들을 만들어봤습니다. 예를 들면 “우리 동네의 주거, 녹지 지역 비율 문제를 수학으로 해결할 수 있을까?”입니다.

- (1) 학생들이 어떤 능력을 기를 수 있을까?
- (2) 학생들 스스로 탐구하도록 어떻게 이끌 수 있을까?
- (3) 정말 깊이 있게 이해하려면 어떤 개념들을 알아야 할까?

### 2단계 어떻게 평가할 것인가?

학생들이 정말 이해했는지 확인할 방법을 고민했습니다. 시험 점수만으로는 부족하죠. 실제 문제를 해결하는 과정을 보고 싶었습니다. 그래서 현실적인 과제를 만들어보기로 했습니다.

- (1) 학생들이 스스로 학습하는 모습을 어떻게 볼 수 있을까?
- (2) 친구들과 협력해서 문제 푸는 과정은 어떻게 관찰할까?
- (3) 수학 개념을 제대로 이해했다는 걸 어떻게 알 수 있을까?

이렇게 만든 수업들이 2022 개정 교육과정이 꿈꾸는 교육의 모습에 한 발짝 다가갈 수 있기를 바랍니다. 학생들이 중심이 되어 깊이 있게 배우고, 실제 삶에서 수학을 활용할 수 있는 그런 수업과 평가를 설계하였습니다.

### 3단계 학습 활동 계획하기

자, 이제 실제로 수업을 어떻게 할지 고민할 차례입니다. 목표도 정했고, 평가 방법도 생각해뒀으니 이제 그 사이를 채워넣을 시간입니다. 이 단계에서 가장 중요한 건 학생들의 눈높이에 맞추는 겁니다. 너무 쉬워도, 너무 어려워도 안 됩니다. 이에

- (1) 실생활 예시를 많이 활용할 수 있습니다. 수학이 우리 주변에 있다는 걸 깨닫게 해주는 게 중요합니다.
- (2) 학생들이 직접 해볼 수 있는 활동을 준비할 수 있습니다. 손으로 만지고, 눈으로 보고, 몸으로 체험하면 더 잘 이해 합니다.
- (3) 모둠 활동을 적절히 활용할 수 있습니다. 친구들과 토론하면서 생각을 정리하는 경험도 중요합니다.
- (4) 무엇보다 유연해야 합니다. 계획대로 안 될 때도 있어 학생들의 반응을 보며 즉석에서 조정할 준비도 필요합니다.

수업을 계획할 때 WHERE TO라는 틀을 활용할 수도 있습니다.

먼저 ‘어디로 가고 있는지, 왜 이걸 배우는지’ 학생들이 알게 해주는 게 중요합니다. 그 다음엔 학생들의 호기심을 자극합니다. 재미있는 문제나 실생활 예시로 시작하면 아이들이 눈을 반짝이며 집중시킬 수 있습니다. 본격적인 학습에 들어가기 전에 학생들이 주요 개념을 직접 경험해보게 하는 것도 필요합니다. 이론만 듣는 것보다 훨씬 기억에 남을 수 있습니다. 수업 중간중간 학생들이 배운 내용을 되돌아보고 정리할 시간을 주는 것도 중요합니다. 이때 잘못 이해한 부분을 바로잡을 수 있습니다. 평가도 중요합니다. 하지만 시험만으로는 부족하기 때문에 학생들이 스스로를 평가해보는 기회도 줄 필요가 있습니다. 모든 학생이 같은 방식으로 학습하지 않는 것을 고려하여 다양한 학습 방식을 활용하는 것도 필요합니다. 어떤 학생은 듣는 걸 좋아하고, 어떤 학생은 직접 해보는 걸 좋아합니다. 마지막으로, 모든 활동이 궁극적으로 진정한 이해를 돋는 방향으로 설계하셔야 합니다. 이 모든 걸 고려해서 수업을 구성하면 훌씬 효과적인 수업이 된답니다.

요소		의미
W	Where and why	학생들에게 단원이 어디로 나아가고 있고, 왜 그런지 이해시켜라.
H	hook and hold	도입에서 학생들의 동기를 유발하고 관심을 계속 유지시켜라.
E1	explore and equip	학생들이 중요한 개념을 경험하고 주제를 탐구하도록 준비하여라.
R	rethink, reflect, revise	학생들에게 주요 아이디어를 재고하고, 과정 속에서 반성하고 활동을 교정하기 위한 많은 기회를 제공하여라.
E2	evaluate	학생들에게 과정과 자기 평가의 기회를 제공하여라.
T	tailor	개인적인 재능, 흥미, 필요를 반영할 수 있도록 설계하여라.
O	organize	진정한 이해를 최적화하기 위하여 조직하여라.

## 수업의 흐름

프로젝트 기반 학습의 일반적인 절차는 아래와 같으며

단계	세부 활동		
도입 단계	학습 목표 확인 수행 과제 확인 탐구 질문 확인 사전 지식 점검		
탐구 단계	교과 지식 기능 탐구 교사의 강의 읽기	쓰기 말하기 협력하기 지식과 기능	중간 결과물 탐구 과정
결과물 발표 단계	결과물 발표 청중(학교内外)질문		
성찰 단계	성찰 다음 프로젝트 수업을 위한 준비 데이터 수집		

우리 팀이 만든 수학 PBL 수업의 전체적인 흐름은 이렇습니다.

### 도입 단계

- 학생들의 호기심을 자극하는 질문이나 상황 제시
- 프로젝트의 전체적인 그림 그리기
- 모둠 구성하기

### 탐구 단계

- 필요한 수학적 개념 학습하기
- 실제 데이터 수집 및 분석하기
- 문제 해결 방안 모색하기

### 결과물 발표 단계

- 모둠별 결과물 정리하기
- 발표 및 피드백 주고받기

### 성찰 단계

- 학습 과정 되돌아보기
- 새롭게 알게 된 점, 앞으로의 궁금증 정리하기

### 3 구성과 특징

#### ■ 수업 한눈에 보기

프로젝트의 전체적인 흐름을 파악하기 쉽도록 ‘수업 한눈에 보기’를 제공합니다. 이는 프로젝트의 4단계 구성을 도식화하여 보여줍니다.

- 도입 단계에서는 학습 동기 유발과 목표 확인을 합니다. 탐구 질문 제시, 과제 분석, 모둠 구성 등의 활동을 포함합니다.
- 탐구 단계에서는 학생들이 협력하여 필요한 지식과 기능을 익힙니다. 지속적인 점검과 개선이 이루어집니다.
- 결과물 발표 단계에서는 학생들의 결과물을 공개합니다. 이를 통해 실제적인 피드백을 받고 얇과 삶의 연결을 경험합니다.
- 성찰 단계에서는 전체 학습 과정을 돌아봅니다. 이는 향후 프로젝트 개선에도 도움이 됩니다.

## II 방정식과 부등식을 활용한 수학 퀴즈 프로젝트

#### 1 수업 한눈에 보기



II. 방정식과 부등식을 활용한 수학 퀴즈 프로젝트 9

#### ■ 차시별 교수·학습 과정안

‘차시별 교수·학습 과정안’은 각 단계별 구체적인 교수·학습 내용과 방법을 제시합니다. 활동별 세부 설명과 유의사항을 포함하여 실제 수업 진행에 도움을 줍니다.

3 차시별 교수·학습 과정안			
단계	차시	교수·학습 활동	유의사항
도입단계	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 청사진방정식의 배우기</li> <li>• 수학 퀴즈 프로젝트 안내하기</li> <li>• 프로젝트 일정 설정과 계획 확인하기</li> <li>• 모둠 세우기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 청사진방정식의 내용을 설명하여 학생들의 관심을 높인다.</li> <li>• 조선 시대 수학자인 ‘구밀집사’ 실적 출정과와 하전주의 대사를 통해 우리나라의 수학 수준을 알아본다.</li> <li>• 수학 퀴즈 프로젝트의 문제를 소개한다.</li> <li>• 수학 퀴즈 프로젝트에 차운할 문제를 선정하여 조선시대 문제를 제작한다.</li> <li>• 수학 퀴즈 프로젝트에 차운할 실생활 문제를 제작한다.</li> </ul>
탐구 단계	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학 퀴즈 프로젝트에 차운할 문제 제작하기</li> <li>• 연립방정식 풀기</li> <li>• 인접 청리방정식을 이용하여 상체방정식과 사체방정식 풀기</li> <li>• 인접 청리방정식을 이용하여 상체방정식과 사체방정식 풀기</li> <li>• 2x2 행렬을 이용하여 연립방정식 풀기</li> <li>• 2x2 행렬을 이용하여 연립방정식 풀기</li> <li>• 연립방정식 풀기</li> <li>• 연립마수방정식 풀기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 교과서에 있는 예제 수준으로 제작한다.</li> <li>• 해설을 작성하면서 문제의 오류를 검토한다.</li> </ul>
수학 퀴즈 프로젝트에 차운할 조선 시대 문제 제작하기	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학 퀴즈 프로젝트에 차운할 조선 시대 수학 문제 제작하기</li> <li>• chatGPT 활용하여 조선 시대 수학 문제들을 찾는다.</li> <li>• 조선 시대 수학자들의 이름과 활약을 찾는다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 대형GPT에서 문제를 찾는다.</li> <li>• 문제의 상황 또는 풀이의 오류 여부를 검증한다.</li> </ul>
수학 퀴즈 프로젝트에 차운할 문제 제작하기	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 우리 일상생활에서 생각할 수 있는 실생활 문제 제작하기</li> <li>• 해설을 작성하면서 문제의 오류를 검토한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학 퀴즈가 프로젝트로 가져온다면 다양한 문제 세트가 구성될 수 있도록 지원한다.</li> </ul>
결과물 발표단계	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 모둠 내에서 문제 선정 평가하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학 퀴즈가 프로젝트로 가져온다면 다양한 문제 세트가 구성될 수 있도록 지원한다.</li> </ul>
성찰단계	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학 퀴즈 프로젝트에서 가장 창의적인 문제 선정하기</li> <li>• 프로젝트 성과 일지 작성하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 성과를 통해 개인과 모둠의 성장을 확인하고, 프로젝트 개선 방안을 도출한다.</li> </ul>

## ■ 수행평가 채점기준표(배움확인표)

‘수행평가 채점기준표(배움확인표)’는 학생들의 학습 상황을 확인하고 피드백을 제공하는 도구입니다. 이를 학생들과 함께 살펴보면 자기주도적 학습 관리에 도움이 됩니다.

### 4 수행평가 채점 기준표(배움 확인표)

평가요소	비중	채점 기준
도입활동: 수학 퀴즈 프로젝트의 필요성 인식과 계획 수립	5	방정식과 부동식의 중요성을 청취의 이해하고, 수학 퀴즈 프로젝트 계획을 구체화하고 계획으로 수립함.
탐구활동1: 수학 퀴즈 프로젝트에 제출할 기본 문제 제작하기	3.5	방정식과 부동식의 중요성을 인식하고 기본적인 수학 퀴즈 프로젝트 계획을 수립함.
	2	방정식과 부동식의 중요성을 인식이나 수학 퀴즈 프로젝트 계획 수립에 어려움이 있음.
탐구활동2: 수학 퀴즈 프로젝트에 제출할 조선 시대 문제 제작하기	5	기본적인 문제 제작에 적극적으로 참여하고, 물이 저자 및 오류 검증을 수행함.
	2	기본적인 문제 제작 참여나 오류 검증에 소극적임.
탐구활동3: 수학 퀴즈 프로젝트에 제출할 조선 시대 문제 제작하기	5	인@GPT를 활용하여 문제를 감색할 수 있으며, 교육과정 확인 및 오류 검증을 수행함.
	2	인@GPT를 활용하여 문제를 감색하는 활동을 수행하고 기본적인 물이 저자 및 오류 검증을 수행함.
발표활동: 결과 발표의 명확성과 실무력	3.5	문제 풀기를 작성하거나 오류 검증에 소극적임.
	2	일상 활동에서 찾을 수 있는 사례를 바탕으로 실생활 문제를 제작하고 문항의 오류 검증을 수행함.
성과활동: 프로젝트 수행에 대한 미관상 성과	5	기본적인 실생활 문제를 제작하고 오류 검증을 수행함.
	2	실생활 문제 제작에 어려움이 있음.
	5	프로젝트 결과물을 논의적으로 발표함.
	2	글과 발표나 창동과의 소통에 어려움이 있음.
	5	프로젝트 전 과정을 길이 있는 설명하고 개선점을 구체적으로 제시함.
	2	프로젝트 결과물을 밝히고 실생활.
	3.5	프로젝트 수행 과정을 기본적으로 설명하고 일반적인 개선점을 제시함.
	2	프로젝트 성과나 개선점 제시에 어려움이 있음.

\*실험(5), 보통(3.5), 노력(2)

## ■ 교과 세부능력 특기사항 예시

‘교과 세부능력 특기사항 예시’는 프로젝트 수업 과정에서 관찰된 학생들의 수행을 기록하는 데 참고할 수 있습니다. 학생의 성취 수준, 수행 과정 및 결과, 역량, 교사의 총평 등을 포함합니다.

## ■ 수업 자료 및 활동지

‘수업 자료 및 활동지’는 프로젝트의 각 단계에 따라 활용 가능한 교사용 자료와 학생 활동지를 제공합니다.

### 5 교과 세부능력 특기사항 기록 예시

<방정식과 부등식을 활용한 수학 퀴즈 프로젝트>에서 여러 가지 방정식과 부등식에 대한 깊은 이해를 바탕으로 기본적인 문제, 생성형 인공지능을 활용한 조선 시대 수학 문제 검색 및 검증, 일상생활에서 경험할 수 있는 삶생활 문제를 제작하여 교내 학생들을 대상으로 온라인에 수학 퀴즈 게시판을 올리고 진행한 수학 시간에 학습한 내용을 바탕으로 교과서에서 수록된 기본 문제 중 중요한 문제를 출제하였고, 생성형 인공지능을 활용하여 조선 시대 수학 문제를 검색 및 저작의 단위별로 현대의 기준에 맞게 고쳐서 변형된 문제를 제작하여 다른 모둠으로부터 좋은 평가를 받음. 또한 실생활 문제에서 부동식을 이용한 히든 퍼즐의 평 가격의 범위에 따른 이의 파악력을 구하는 문제를 제작하여 경쟁적으로 수학이 활용되는 사례를 보여줌. 그리고 프로젝트에서 생활 모두의 문제를 창의적인 방법으로 해결하여 다른 모둠으로부터 친사를 받았으며, 프로젝트에서 우승하여 문제 제작뿐만 아니라 문제 해결력에서 최고의 역량을 나타낸 뛰어난 학생임.

### 6 수업자료 및 활동지

#### 도입 단계

○ 삼·사차방정식의 해법에 관한 수학자 일기

※ 삼·사차방정식의 해법에 관한 동서양의 수학사를 알아봅시다.

1 삼차방정식의 해법을 구한 터프탈리아와 카르디노와의 일화와 관련된 영상과 사차방정식과 사차방정식의 근에 대한 힌트를 보고, 방정식의 해법을 찾기 위한 수학자들의 노력을 알아봅시다.

① 사차방정식의 해법을 구한 터프탈리아와 카르디노와의 일화와 관련된 영상



https://www.youtube.com/embed/NCqjQSLMj8?start=55

② 사차방정식과 사차방정식의 근에 대한 힌트



https://www.etonsoft.co.kr/uri/gu/9507

# 차례



## 공통수학1

II. 방정식과 부등식 | 09

IV. 행렬 | 31

## 공통수학2

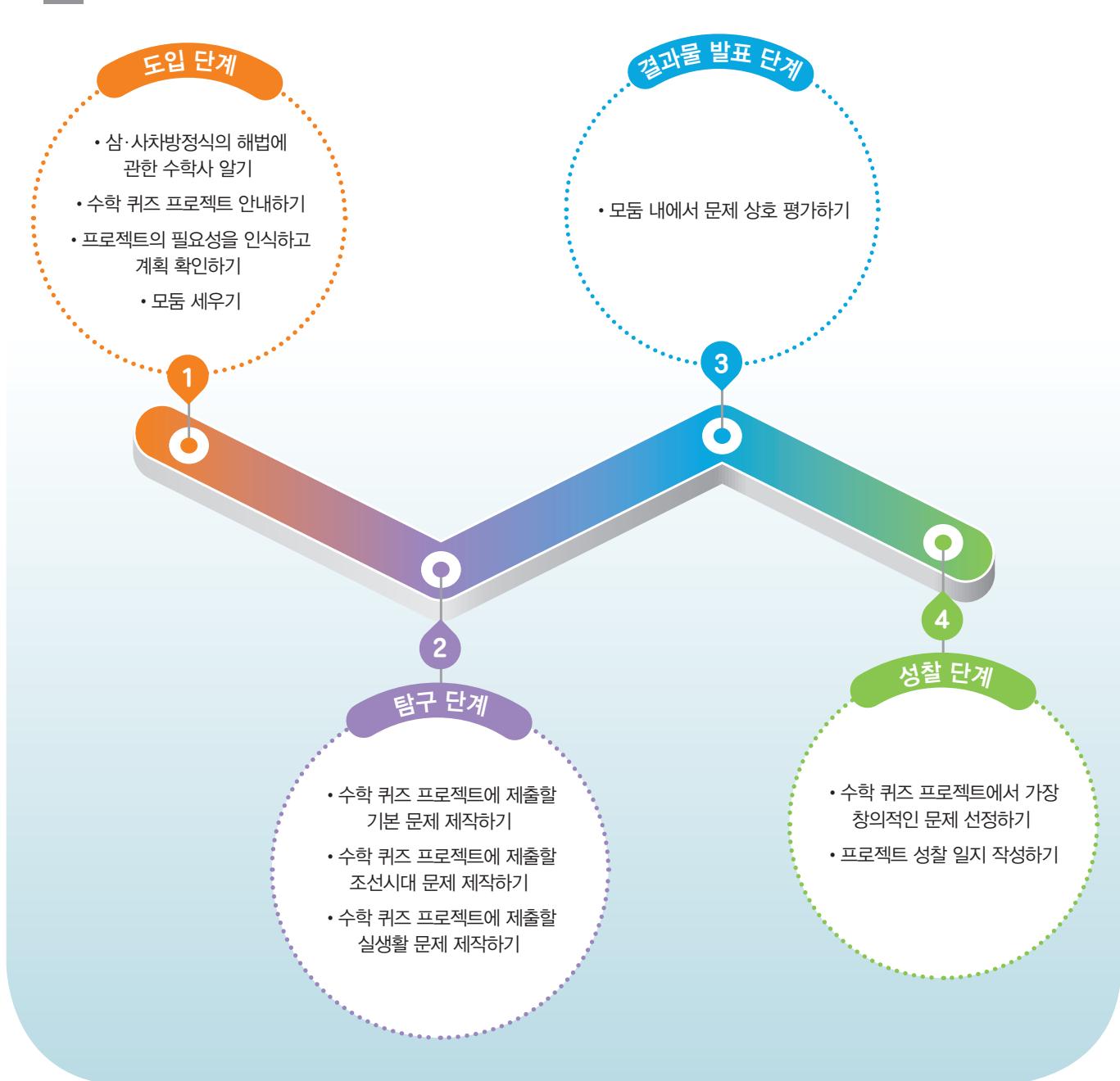
I. 도형의 방정식 | 61

III. 함수와 그래프 | 82

# II

# 방정식과 부등식을 활용한 수학 퀴즈 프로젝트

## 1 수업 한눈에 보기



## 2 수업 개요

프로젝트명	방정식과 부등식을 활용한 수학 퀴즈 프로젝트		차시	8차시		
2022 개정 교육과정 성취 기준	<p>[10공수1-02-07] 간단한 삼차방정식과 사차방정식을 풀 수 있다.</p> <p>[10공수1-02-08] 미지수가 2개인 연립이차방정식을 풀 수 있다.</p> <p>[10공수1-02-09] 미지수가 1개인 연립일차부등식을 풀 수 있다.</p> <p>[10공수1-02-10] 절댓값을 포함한 일차부등식을 풀 수 있다.</p>					
수학과 핵심 역량	<input type="checkbox"/> 문제해결 역량 <input type="checkbox"/> 추론 역량 <input type="checkbox"/> 연결 역량 <input type="checkbox"/> 정보처리 역량		<input type="checkbox"/> 의사소통 역량			
탐구 질문	수학 퀴즈 프로젝트에 사용할 방정식과 부등식을 활용한 문제를 만들어 보자.					
수행 과제	학습 목표	1. 방정식과 부등식 문제들을 수학사에서의 탐구함으로써 수학에서의 중요성을 인식한다. 2. 개인별, 모둠별 방정식과 부등식을 이용한 실생활 문제를 만들고 상호 풀이하는 과정을 통해 수학의 유용성을 인식하게 하고, 적절한 문제해결 방법을 찾기 위해 끈기 있게 도전하는 태도를 기르게 한다.				
	문제 상황	과거부터 수학은 문제를 해결하는 과정을 통해 수학적 실력을 키워왔다. 책에서 다양한 문제를 접할 수 있었고, 다른 나라 사람과 수학 문제를 서로 출제하고 해결함으로써 수학적 교류를 하기도 했다.				
	공개할 결과물	수학 퀴즈 프로젝트는 고등학교 1학년 학생을 대상으로 SNS(인스타그램)에 3개의 문제로 구성된 1세트를 5일간 업로드하여, 가장 먼저 문제를 해결한 학생에게 선물을 주는 행사로 이 행사에 출품할 문제를 만드는 것이 이번 프로젝트의 목적이다. 개인별로 수학 문제 3종류(기본 문제, 조선 시대 문제, 실생활 문제)를 만들어 모둠 내에서 평가한 후, 모둠 내에서 수학 퀴즈 프로젝트에 출품할 문제를 최종 선정한다.				
	평가 요소	1. 출제한 문제에 오류가 없는가? 2. 출제한 문제가 현재 고등학교 1학년 교육과정에 적합한 문제인가? 3. 출제한 문제가 창의적인가? 4. 모둠 활동에 적극적으로 참여하고 협력했는가?				
	도입단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 삼·사차방정식의 해법에 관한 수학사 알기</li> <li>• 수학 퀴즈 프로젝트 안내하기</li> <li>• 프로젝트의 필요성을 인식하고 계획 확인하기</li> <li>• 모둠 세우기</li> </ul>				
수업의 흐름	탐구단계	수학 퀴즈 프로젝트에 제출할 기본 문제 제작하기	• 공통수학1 교과서에 있는 예제를 바탕으로 기본 문제 제작하기			
		수학 퀴즈 프로젝트에 제출할 조선 시대 문제 제작하기	• chatGPT를 활용하여 조선 시대 문제를 생성하기			
		수학 퀴즈 프로젝트에 제출할 실생활 문제 제작하기	• 우리 일상생활에서 생각할 수 있는 실생활 문제 제작하기			
	결과물 발표단계	• 모둠 내에서 문제 상호 평가하기				
	성찰단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학 퀴즈 프로젝트에서 가장 창의적인 문제 선정하기</li> <li>• 프로젝트 성찰 일지 작성하기</li> </ul>				

### 3 차시별 교수·학습 과정안

단계	차시	교수·학습 활동	유의사항
도입단계	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 삼·사차방정식의 해법에 관한 수학사 알기</li> <li>• 수학 퀴즈 프로젝트 안내하기</li> <li>• 프로젝트의 필요성을 인식하고 계획 확인하기</li> <li>• 모둠 세우기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 타르탈리아와 카르다노 사이의 삼차방정식의 풀이에 대한 수학사의 내용을 설명하여 학생들의 관심을 높인다.</li> <li>• 조선 시대 수학책인 『구일집』에 실린 흥정하와 하국주의 대화를 통해 우리나라의 수학 수준을 이해한다.</li> <li>• 수학 퀴즈 프로젝트의 문제를 공개할 SNS(인스타그램) 계정을 관리할 학생을 2명 선정한다. 2명의 학생은 계정 관리, 공개할 문제 게시물 게시 등의 역할을 수행한다.</li> <li>• 수학 퀴즈 프로젝트를 진행하기 위해 모둠을 구성한다.</li> </ul>
탐 구 단 계	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 공통수학1 교과서에 있는 예제를 바탕으로 기본 문제 제작하기           <ul style="list-style-type: none"> <li>– 인수분해 공식을 이용하여 삼차방정식과 사차방정식 풀기</li> <li>– 인수 정리와 조립제법을 이용하여 삼차방정식과 사차방정식 풀기</li> <li>– 일차방정식과 이차방정식으로 이루어진 연립이차방정식 풀기</li> <li>– 두 개의 이차방정식으로 이루어진 연립이차방정식 풀기</li> <li>– 연립일차부등식 풀기</li> <li>– <math>A &lt; B &lt; C</math>의 꼴의 연립일차부등식 풀기</li> <li>– 절댓값을 포함한 연립일차부등식 풀기</li> <li>– 이차부등식 풀기</li> <li>– 연립이차부등식 풀기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 교과서에 제시된 예제 수준으로 제작한다.</li> <li>• 해설을 작성하면서 문제의 오류 검토한다.</li> </ul>
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• chatGPT를 활용하여 조선 시대 수학 문제를 생성하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• chatGPT에서 검색된 문제 중 고등학교 1학년 교육과정에 맞는 문제를 찾는다.</li> <li>• 문제의 상황 또는 풀이의 오류 여부를 검증한다.</li> </ul>
	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 우리 일상생활에서 생각할 수 있는 실생활 문제 제작하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 해설을 작성하면서 문제의 오류를 검토한다.</li> </ul>
결과물 발표단계	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 모둠 내에서 문제 상호 평가하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학 퀴즈가 프로젝트로 진행되므로 다양한 문제 세트가 구성될 수 있도록 지도한다.</li> </ul>
성찰단계	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학 퀴즈 프로젝트에서 가장 창의적인 문제 선정하기</li> <li>• 프로젝트 성찰 일지 작성하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 성찰 일지를 통해 개인과 모둠의 성장을 확인하고, 프로젝트 개선 방안을 도출한다.</li> </ul>

## 4 수행평가 채점 기준표(배움 확인표)

평가요소	배점	채점 기준
도입활동: 수학 퀴즈 프로젝트의 필요성 인식과 계획 수립	5	5 방정식과 부등식의 중요성을 정확히 이해하고, 수학 퀴즈 프로젝트 계획을 구체적이고 체계적으로 수립함.
		3.5 방정식과 부등식의 중요성을 인식하고 기본적인 수학 퀴즈 프로젝트 계획을 수립함.
		2 방정식과 부등식의 중요성 인식이나 수학 퀴즈 프로젝트 계획 수립에 어려움이 있음.
탐구활동1: 수학 퀴즈 프로젝트에 제출할 기본 문제 제작하기	5	5 기본적인 문제 제작에 적극적으로 참여하고, 풀이 제작 및 오류 검증을 수행함.
		3.5 기본적인 문제 제작에 참여하고 기본적인 풀이 제작 및 오류 검증을 수행함.
		2 기본적인 문제 제작 참여나 오류 검증에 소극적임.
탐구활동2: 수학 퀴즈 프로젝트에 제출할 조선 시대 문제 제작하기	5	5 chatGPT를 활용하여 문제를 검색할 수 있으며, 교육과정 확인 및 오류 검증을 수행함.
		3.5 chatGPT를 활용하여 문제를 검색하는 활동을 수행하고 기본적인 풀이 제작 및 오류 검증을 수행함.
		2 문제 풀이를 작성하거나 오류 검증에 소극적임.
탐구활동3: 수학 퀴즈 프로젝트에 제출할 실생활 문제 제작하기	5	5 일상 생활에서 접할 수 있는 소재를 바탕으로 실생활 문제를 제작하고 문항의 오류 검증을 수행함.
		3.5 기본적인 실생활 문제를 제작하고 오류 검증을 수행함.
		2 실생활 문제 제작에 어려움이 있음.
발표활동: 결과 발표의 명확성과 설득력	5	5 프로젝트 결과를 명확하고 논리적으로 발표함.
		3.5 프로젝트 결과를 발표하고 설명함.
		2 결과 발표나 청중과의 소통에 어려움이 있음.
성찰활동: 프로젝트 수행에 대한 비판적 성찰	5	5 프로젝트 전 과정을 깊이 있게 성찰하고, 개선점을 구체적으로 제시함.
		3.5 프로젝트 수행 과정을 기본적으로 성찰하고 일반적인 개선점을 제시함.
		2 프로젝트 성찰이나 개선점 제시에 어려움이 있음.

\*잘함(5), 보통(3.5), 노력 필요(2)

## 5 교과 세부능력 특기사항 기록 예시

〈방정식과 부등식을 활용한 수학 퀴즈 프로젝트〉에서 여러 가지 방정식과 부등식에 대한 깊은 이해를 바탕으로 기본적인 문제, 생성형 인공지능을 활용한 조선 시대 수학 문제 검색 및 검증, 일상생활에서 경험할 수 있는 실생활 문제를 제작하여 교내 학생들을 대상으로 온라인에 수학 퀴즈 게시물을 올리고 진행함. 수업 시간에 학습한 내용을 바탕으로 교과서에 수록된 기본 문제 중 중요한 문제를 출제하였고, 생성형 인공지능을 활용하여 조선 시대 수학 문제를 검색 및 과거의 단위법을 현재의 기준에 맞게 고쳐서 변형된 문항을 제시하여 다른 모둠으로부터 좋은 평가를 받음. 또한 실생활 문제에서 부등식을 이용한 학교 매점의 빵 가격의 범위에 따른 이익의 최댓값을 구하는 문제를 제시하여 경제학적으로 수학이 활용되는 사례를 보여줌. 퀴즈 프로젝트에서 상대 모둠의 문제를 창의적인 방법으로 해결하여 다른 모둠으로부터 찬사를 받았으며, 프로젝트에서 우승하여 문제 제작뿐만 아니라 문제 해결력에서 최고의 역량을 나타낸 뛰어난 학생임.

## 6 수업자료 및 활동지

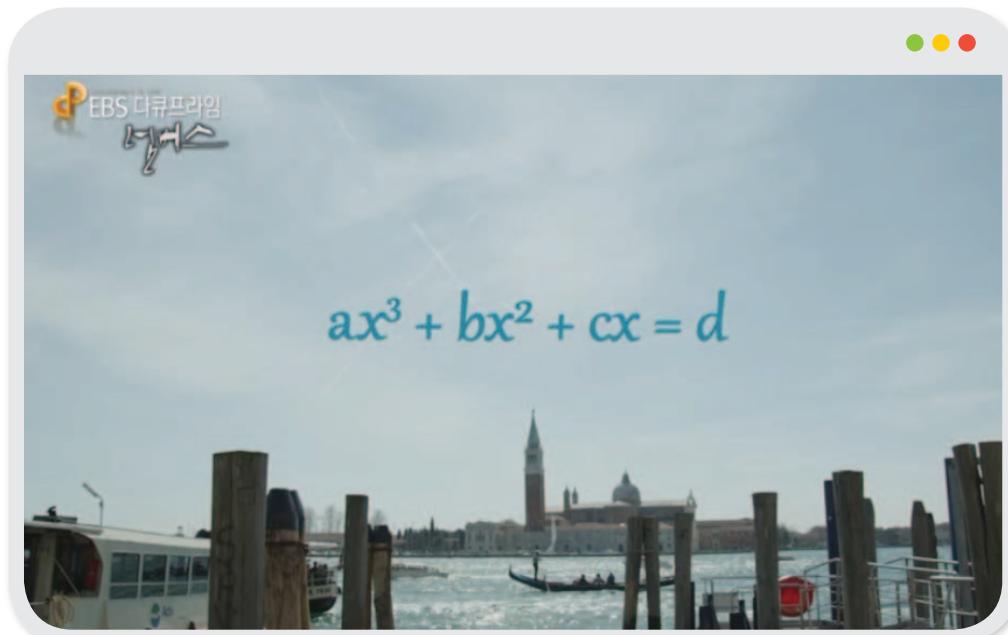
### 도입 단계

#### ● 삼·사차방정식의 해법에 관한 수학사 알기

■ 삼·사차방정식의 해법에 관한 동서양의 수학사를 알아봅시다.

- 1 삼차방정식의 해법을 구한 타르탈리아와 카르다노와의 일화와 관련된 영상과 사차방정식과 사차방정식의 근에 대한 웹툰을 보고, 방정식의 해법을 찾기 위한 수학자들의 노력을 알아봅시다.

① 삼차방정식의 해법을 구한 타르탈리아와 카르다노와의 일화와 관련된 영상



<https://www.youtube.com/embed/lXCqGSLzMy8?start=557>

② 사차방정식과 사차방정식의 근에 대한 웹툰



<https://www.ebsmath.co.kr/url/go/95010>

## 2 조선 시대 수학책 『구일집』에 실린 한국의 수학자 홍정하와 중국 사력 하국주와의 대담을 읽어봅시다.

조선 시대의 수학 활동은 '산사(算士)'라는 중인 계급에 의해 주도되었다. 산사는 국가고시를 통해 선발되었는데, 조선 말기로 갈수록 산사 합격자가 증가하는 점으로 미루어 실학의 부흥과 함께 국가 관리로서의 기술적, 특히 수학에 대한 요구가 절대적이었음을 추측할 수 있다. 산사 출신 수학자는 경선정, 홍정하, 이상혁이 있다. 한편 풍부한 자료와 지식을 갖춘 특권 계층인 사대부들이 박학다식한 지식 속의 일부분으로 수학 활동이 이루어졌다. 사대부 출신으로 수학 연구에 힘써 수학책을 펴낸 사람으로는 최석정, 조태구, 황윤석, 홍대용, 배상설, 남병철, 남병길 등이 있다.

홍정하(1684-?)는 중인 출신의 수학자로 1706년에 고시에 합격하여 1718년에 훈도, 1720년에 교수의 직책을 맡았다. 홍정하의 아버지, 할아버지, 외할아버지, 장인이 모두 산사인 당시의 전형적인 수학자 집안의 일원이었던 홍정하가 펴낸 수학책이 바로 『구일집(九一集)』이다. 문제-답-풀이의 형식이며, 조선 시대 수학책에 큰 영향을 미친 중국의 수학책인 『구장산술』, 『산학계몽』, 『양휘산법』, 『상명산법』 등의 체제를 이어받아 같은 유형의 문제들을 당시 사회의 실정에 맞도록 약간씩 변형하여 다루었다. 게다가 천원술(천원은 미지수, 오늘날로 말하면  $x$ 를 의미하는 것으로 천원술은 미지수가 하나인 고차 방정식의 해법 중 하나이다.)을 이용한 다수의 문제 풀이, 10차 다항방정식의 취급, '잡록'에서 알 수 있는 천문, 음악적 지식은 이 책을 다른 수학책과 구별 짓는 특징이다.

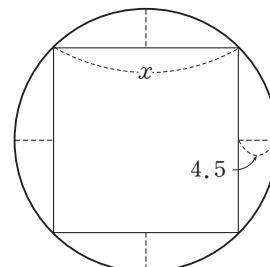
『구일집』의 제9권 잡록에는 저자 홍정하가 계사(1713)년에 조선에 온 중국 사력(중국 천문대의 관직) 하국주와 대담하는 장면이 묘사되어 있다. 중인 신분으로 중국 북경에 갈 수 없는 홍정하가 때마침 중국 사신을 수행하여 조선에 온 하국주가 중국의 유명한 수학자라는 사실을 알고 역관으로 찾아간 것으로 보인다. 하국주가 몇 문제를 제시한 후, 다음과 같은 대화가 이어진다.

중국 대사 아재도가 말하기를 “사력은 산법에 관해서는 천하제일인 네 명 안에 드는 실력가로 산학에 대한 조예의 깊이가 끝이 없어서, 당신들과는 비교도 안 된다. 사력은 이미 많은 문제를 내었지만, 당신들은 아직 한 문제도 내지 않고 있다. 문제를 내 보아서 사력의 실력을 보는 것이 어떠한가?”

홍정하가 물기를 “지금 연마되지 않은 옥 한 덩어리가 구 모양으로 되어 있다. 그 안에서 정육면체 모양의 옥을 제외한 나머지 외각 부분의 무게는 265근 15냥 5전이다. 다만 외각 부분의 두께는 4치 5분라고 한다. 정육면체 모양의 옥의 한 모서리와 옥 덩어리의 지름은 각각 얼마인가?”

사력이 말하기를 “이 해법은 매우 어려워서 바로 풀 수 없다. 내일 내가 풀겠다.” 그러나 그 후 결국 아무런 풀이도 보여 주지 않았다.

(1근이 16냥, 1냥이 10전이고, 1치는 10분이다.)



외각 부분의 부피는 다음과 같이 구할 수 있다. (당시 옥의 무게 1냥은 한 변의 길이가 1치인 정육면체 부피의 3배로 계산했다.)

$$4255.5 \times \frac{1}{3} = 1418.5$$

정육면체의 한 모서리의 길이를  $x$ 라고 할 때, 다음과 같이  $x$ 에 대한 방정식으로 표현할 수 있다. (당시 원주율은 3, 구의 부피는  $\frac{9 \times (\text{지름})^3}{16}$ 으로 계산했다.)

외각 부분의 부피는 구의 부피에서 정육면체의 부피를 제외한 것과 같다.

정육면체의 한 모서리의 길이를  $x$ 라고 하면, 구의 지름의 길이는  $x+9$ 이다.

$$\frac{9(x+9)^3}{16} - x^3 = 1418.5$$

당시 중국 최고의 수학자 중 한 사람인 하국주와 조선 수학자 홍정하의 수학 문답을 보면, 조선의 수학 수준은 어떠한지 이야기를 나누어보자.

**3** 『구일집』에는 아래와 같은 문제도 실려있다. 문제를 풀어보자.

큰 정사각형과 작은 정사각형이 있는데, 넓이의 합은 872보이다. 작은 정사각형의 한 변의 제곱과 큰 정사각형의 한 변의 제곱의 곱이 132496보라고 한다. 큰 정사각형과 작은 정사각형의 한 변의 길이를 각각 구해보자.

정사각뿔대의 부피를 계산하여 보니 4368자다. 위 정사각면의 한 모서리는 아래 정사각면의 한 모서리보다 6자 만큼 짧고, 높이보다는 4자만큼 길다고 한다. 위와 아래 정사각면의 한 모서리와 높이는 각각 구해보자.

## ● 수학 퀴즈 프로젝트 안내하기

- 다음은 수학 퀴즈 프로젝트 계획입니다.

### 수학 퀴즈 프로젝트 안내

○○고등학교 1학년을 대상으로 인스타그램에 수학 퀴즈를 진행합니다. 3개의 문제를 1세트로 하여 5일간 매 일 게시물로 공개합니다. 문제의 정답을 가장 먼저 댓글로 작성한 학생에게는 특별히 제작한 우리 학교 굿즈를 선물을 줍니다.

- 인스타그램 계정 : @mathup\_highgo
- 기간 : 7월 15일(월)~19일(금), 매일 12:30
- 수학 문제 범위 : 고등학교 1학년 방정식과 부등식 단원
- 문제 유형
  - ① 교과서 예제 수준의 기본 문제
  - ② 조선 시대 문제
  - ③ 실생활 활용 문제

## 1 수학 퀴즈 프로젝트를 성공적으로 운영하기 위해서는 어떻게 해야 할까요?

## 2 수학 퀴즈 프로젝트의 문제의 난이도에 대하여 논의해 봅시다.

## ● 프로젝트의 필요성을 인식하고 계획 확인하기

- 다음 질문에 답하며 수학 퀴즈 프로젝트를 하는 이유를 생각하고 앞으로의 계획을 확인해 봅시다.

질문	나의 생각
수학 퀴즈 프로젝트를 통해 학생들은 어떤 역량을 키울 수 있을까요?	
수학 퀴즈 프로젝트에서 나의 목표는 무엇인가요?	

II

## ● 모둠 세우기

- 프로젝트를 함께할 모둠원을 반갑게 만나 봅시다. 모둠원 모두는 수학 퀴즈 프로젝트에 제출할 기본 문제, chatGPT를 활용한 조선 시대 수학 문제의 변형, 실생활 활용 문제로 이루어진 문제 세트를 각자 만들어 봅시다.

### 1 모둠원과 만나 각자의 역할을 토의해 봅시다.

모둠 이름

(모둠원의 공통점, 공동의 목표 등을 활용해 보세요.)

역할	모둠원 이름(학번)
• 모둠원 1 – 우리 모둠의 전체적인 진행을 주도하고, 각자의 역할을 잘 수행하는지 파악한다. 다른 모둠원이 어려움이 있을 때, 도움을 준다. – 수학 퀴즈 프로젝트에 제출할 문제 세트를 검토 및 평가한다.	
• 모둠원 2 – 출제된 문제가 고등학교 1학년 교육과정에 적합한지 판단한다. – 수학 퀴즈 프로젝트에 제출할 문제 세트를 검토 및 평가한다.	
• 모둠원 3 – 출제된 문제의 오류 여부를 파악한다. – 수학 퀴즈 프로젝트에 제출할 문제 세트를 검토 및 평가한다.	
• 모둠원 4 – 출제된 문제의 표절 여부를 파악한다. – 수학 퀴즈 프로젝트에 제출할 문제 세트를 검토 및 평가한다.	

## 2 우리 모둠의 ‘성장 가치’를 정하고, 그 가치를 실현하기 위한 모둠 약속을 만들어 봅시다.

### + 성장 가치 핵심어 예시

감사, 경청, 공감, 관심, 긍정, 나눔, 노력, 도전, 믿음, 발전, 배려, 배움, 보람, 보살핌, 사랑, 성실, 솔선수범, 실천, 아름다움, 양보, 우정, 자신감, 재미, 정성, 질서, 책임, 친절, 평화, 함께하기, 행복, 협동, 희망 등

우리 모둠의 ‘성장 가치’를 문장으로 써 보기	우리 모둠의 ‘성장 가치’를 그림으로 표현하기
‘성장 가치’를 실현하기 위해 필요한 모둠 약속	
이렇게 말해요	이렇게 행동해요
1.	1.
2.	2.
3.	3.
(설명)	

\* ‘모둠 약속’은 되도록 긍정형 문장으로 만드세요.

## 탐구 단계

### ● 수학 퀴즈 프로젝트에 사용할 기본 문제 제작하기

- 공통수학1 교과서에 있는 예제를 바탕으로 기본 문제를 제작해보자.

### 공통수학1 교과서에 수록된 예제

[교과서에 수록된 예제 유형]

- 인수분해 공식을 이용하여 삼차방정식과 사차방정식 풀기
- 인수 정리와 조립제법을 이용하여 삼차방정식과 사차방정식 풀기
- 일차방정식과 이차방정식으로 이루어진 연립이차방정식 풀기
- 두 개의 이차방정식으로 이루어진 연립이차방정식 풀기
- 연립일차부등식 풀기
- $A < B < C$ 의 꼴의 연립일차부등식 풀기
- 절댓값을 포함한 연립일차부등식 풀기
- 이차부등식 풀기
- 연립이차부등식 풀기

#### 예제 2 인수 정리와 조립제법을 이용하여 삼차방정식과 사차방정식 풀기

다음 방정식을 푸시오.

$$(1) x^3 + 7x^2 + 14x + 8 = 0$$

$$(2) x^4 - x^3 - x^2 - x - 2 = 0$$

#### 예제 2 두 개의 이차방정식으로 이루어진 연립이차방정식 풀기

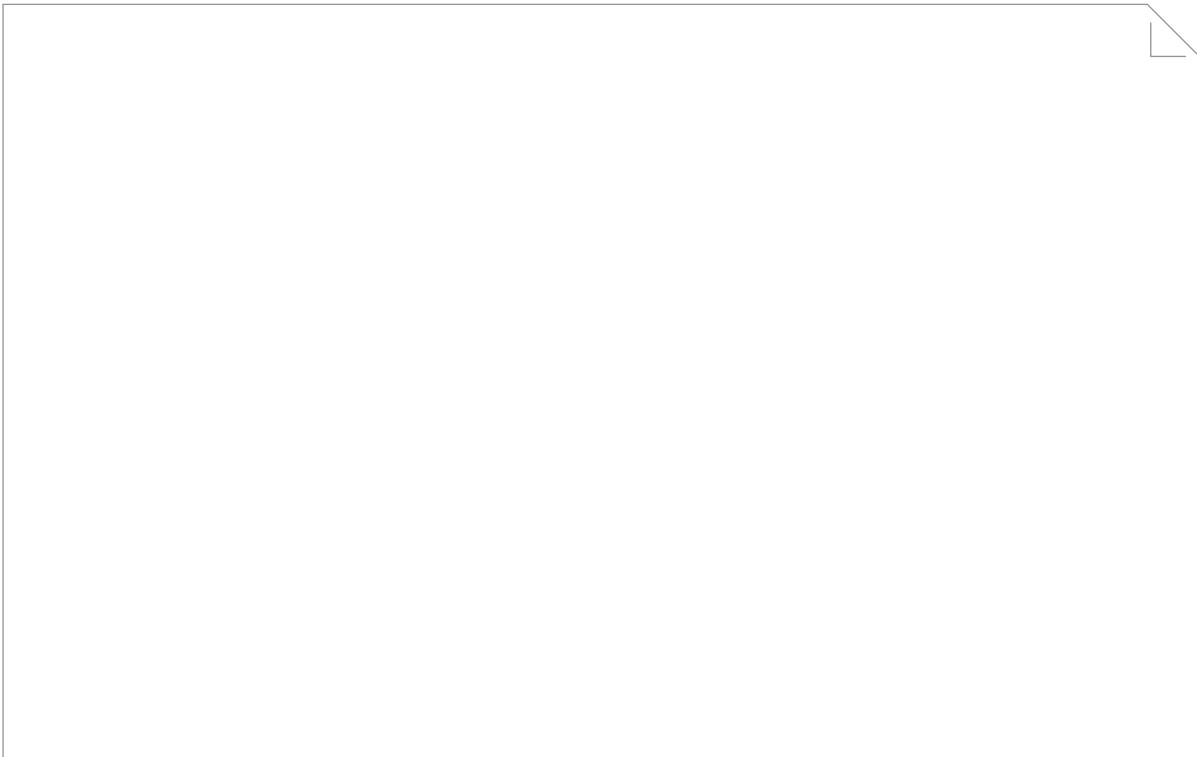
$$\text{연립이차방정식 } \begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 & \dots\dots \textcircled{1} \\ x^2 + y^2 = 20 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases} \text{ 을 푸시오.}$$

#### 예제 1 연립일차부등식 풀기(1)

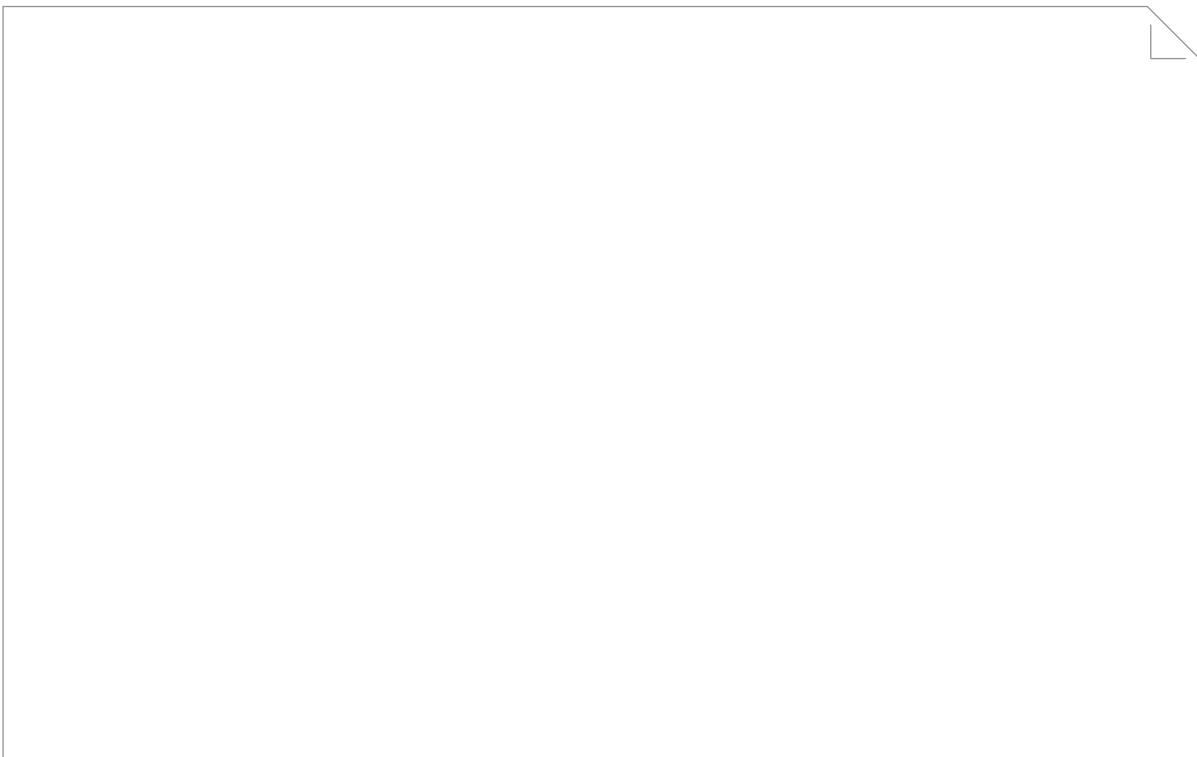
$$\text{연립일차부등식 } \begin{cases} x - 2 \leq 3x & \dots\dots \textcircled{1} \\ 2x - 3 < x - 1 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases} \text{ 을 푸시오.}$$

---

**1** 교과서에 수록된 문제의 숫자 바꿔서 문제 만들기

A large, empty rectangular box with rounded corners, designed to look like a piece of paper. It is intended for students to write their own math problems based on the instructions provided in section 1.

**2** 교과서에 수록된 문제의 미지수를 설정하고 답을 제시하여 문제 만들기

A large, empty rectangular box with rounded corners, designed to look like a piece of paper. It is intended for students to write their own math problems by setting variables and providing answers, based on the instructions provided in section 2.

## ● 수학 퀴즈 프로젝트에 사용할 조선 시대 문제 제작하기

- chatGPT를 활용하여 조선 시대 수학 문제를 생성해 봅시다. 생성된 문제 중 고등학교 1학년 방정식과 부등식에 해당하는 문제를 찾아보고, 문제를 변형하여 제작해 봅시다.

### chatGPT로 검색한 조선 시대 수학 문제

조선시대 수학 문제 중 고등학교 방정식과 부등식에 맞는 문제를 찾아줘



조선시대 수학 문제 중 고등학교 수준의 방정식과 부등식에 맞는 문제를 찾아보겠습니다. 주로 구일집(九一集)이나 구수략(九數略)과 같은 수학 서적에서 나온 문제를 기반으로 예시를 제시합니다.

#### 예시 1: 방정식 문제

문제 (원문):

코드 복사  
今有田，東西長二百步，南北長一百步，其田有正方形池，使四面留地各二十步，問池之面

해설:

주어진 문제는 직사각형 모양의 밭 안에 정사각형 연못이 있고, 연못과 밭 사이에 일정한 여백이 있을 때, 연못의 면적을 구하는 문제입니다.

문제 풀이 순서:

- 밭의 동서 길이: 200보
- 밭의 남북 길이: 100보
- 연못과 밭 사이의 여백: 20보
- 연못의 한 변의 길이:  $x$
- 연못과 밭 사이의 여백을 고려하면:  $x + 2 \times 20 = 100$
- 방정식으로 표현하면:  $x + 40 = 100$
- $x = 60$  (연못의 한 변의 길이)
- 연못의 면적:  $x^2 = 60^2 = 3600$  평방보

결과적으로, 연못의 면적은 3600 평방보입니다.

#### 예시 2: 부등식 문제

문제 (원문):

코드 복사  
今有人以五錢買雞鴨共十隻，且雞一隻錢三，鴨一隻錢五，問雞鴨各幾隻？

해설:

주어진 문제는 닭과 오리를 각각 몇 마리씩 사야 하는지에 관한 부등식 문제입니다.

**문제 풀이 순서:**

1. 닭의 마리 수를  $x$ , 오리의 마리 수를  $y$ 라 합니다.
2. 주어진 조건:
  - $x + y = 10$
  - $3x + 5y = 50$
3. 첫 번째 방정식에서  $y = 10 - x$ 로 표현합니다.
4. 두 번째 방정식에 대입합니다:  $3x + 5(10 - x) = 50$
5. 이를 풀면:
  - $3x + 50 - 5x = 50$
  - $-2x = 0$
  - $x = 0$
6. 따라서  $y = 10 - 0 = 10$
7. 결과적으로, 닭 0마리, 오리 10마리로 설정하면 조건을 만족합니다.

결과적으로, 닭은 0마리, 오리는 10마리입니다.

이와 같이 조선시대 수학 문제를 통해 고등학교 수준의 방정식과 부등식 문제를 살펴보았습니다.



**〈유의사항〉**

- chatGPT는 기존의 내용을 검색하여 생성하기 때문에, 제시된 문제가 실제 문제가 아닐 수 있습니다.
- chatGPT를 활용하여 문제를 검색했을 때, 해당 문제가 고등학교 1학년 문제에 적합한 문제가 아닐 수 있으므로 지속적으로 질문을 하여 자신이 원하는 문제를 찾아봅시다.
- chatGPT가 찾아준 문제가 문제의 조건에서 성립할 수 있는지, 오류가 없는지 확인합니다.

## 1 chatGPT를 활용하여 조선 시대 수학 문제 만들기

## ● 수학 퀴즈 프로젝트에 사용할 실생활 문제 제작하기

- 우리 일상생활에서 생각할 수 있는 실생활 문제를 제작해 봅시다.

### 공통수학1 교과서에 수록된 실생활 문제

#### 예제 2 이차함수의 최대, 최소를 활용하여 문제해결하기

공을 지면으로부터 1 m 높이에서 초속 40 m로 똑바로 위로 쏘아 올렸을 때,  $x$ 초 후의 지면으로부터의 공의 높이를  $y$  m라고 하면

$$y = -5x^2 + 40x + 1$$

인 관계가 성립한다고 한다. 다음을 구하시오. (단, 공의 크기는 생각하지 않는다.)

- (1) 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이
- (2) 공을 쏘아 올린 후 2초 이상 5초 이하에서 이 공의 최소 높이

#### 예제 3 삼차방정식을 활용하여 문제해결하기

ESG 열풍으로 불필요한 포장재를 줄이기 위해 전자 기기 포장이 날로 간편해지고 있다. 어느 업체는 밀면의 가로의 길이가 20 cm, 세로의 길이가 15 cm이고 높이가 15 cm인 직육면체 모양의 전자 기기 포장 상자의 모든 모서리의 길이를 각각 같은 길이만큼 줄여서 처음 포장 상자의 부피의  $\frac{1}{3}$ 배인 상자를 만들려고 한다. 몇 cm를 줄여야 하는지 구하시오.

### 06 생각을 키우는 문제

미술 공예를 하기 위하여 길이가 160 cm인 철사를 잘라서 한 변의 길이가 각각  $a$  cm,  $b$  cm ( $a > b$ )인 두 개의 정사각형을 만들었다. 이 두 정사각형의 넓이의 합이  $850 \text{ cm}^2$ 일 때, 다음 물음에 답하시오.

(단, 철사는 모두 사용하고, 철사의 굵기는 무시한다.)

- (1)  $a$ ,  $b$ 에 대한 연립방정식을 세우시오.
- (2)  $a$ 의 값을 구하시오.

### 16 ●●●

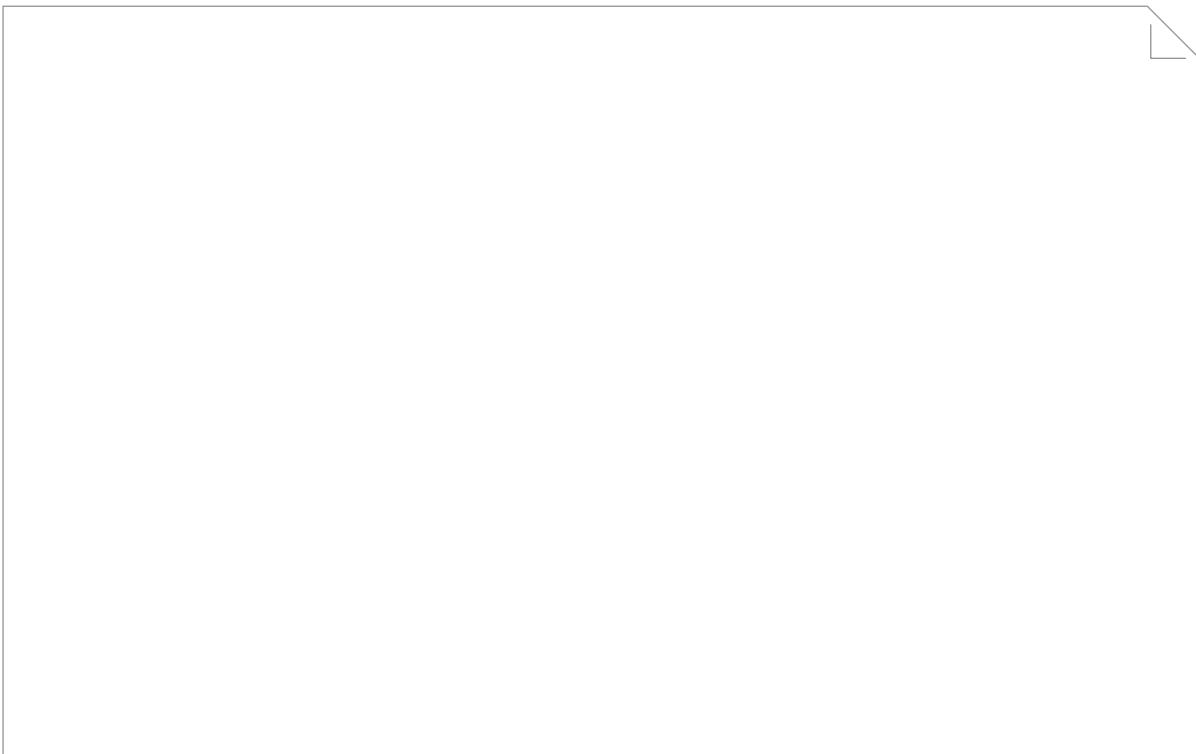
어느 OTT 업체에서 한 달 구독료를  $x\%$ 만 큼 올리면 회원 수는  $0.5x\%$ 만큼 줄어든다고 한다. 이 OTT 업체의 한 달 매출이 8% 이상 늘어나도록 할 때,  $x$ 의 최댓값을 구하시오.



- 
- 1** 우리 주변에서 수학을 이용하여 해결할 수 있는 상황 살펴보기

A large, empty rectangular box with rounded corners, designed to look like a piece of paper. It is intended for students to write their answers to Task 1.

- 2** 1에서 고민한 상황으로 수학 문제를 만들어 보기

A large, empty rectangular box with rounded corners, designed to look like a piece of paper. It is intended for students to write their answers to Task 2.

### 결과를 발표 단계

#### ▣ 모둠 내에서 각자의 문제 상호 평가하기

**1** 모둠 내 모둠원들이 각자 만든 수학 문제 세트를 제출하고, 문제에 대하여 설명해 봅시다.

II

**2** 아래 채점 기준에 유의하여 모둠 내에서 각자 제출한 문제에 대하여 평가하고, 우수한 문항에 대하여 긍정적인 소통을 해 봅시다. (단, 교육과정 준수 및 오류 여부에서 F가 나오면 문제 후보에서 제외함.)

평가요소	배점	채점 기준		
교육과정 준수	P / F	고등학교 1학년 교육과정에 적합함.		
오류 여부	P / F	문항에 오류가 없음.		
창의성	5	5	문항의 소재가 독특하고 문제 해결의 아이디어가 참신함.	
		3.5	보편적인 소재로 문제 해결의 아이디어가 일반적임.	
		2	일반적인 문제와 큰 차이점이 없음.	
평가	5	5	성취기준에 적합하고 학생들이 풀기에 적합한 난이도의 문제임.	
		3.5	성취기준에 적합하나 너무 쉽거나 너무 어려워서 평가의 어려움이 있음.	
		2	성취기준에 적합하지 않음.	

\*잘함(5), 보통(3.5), 노력 필요(2)

긍정적인  
소통

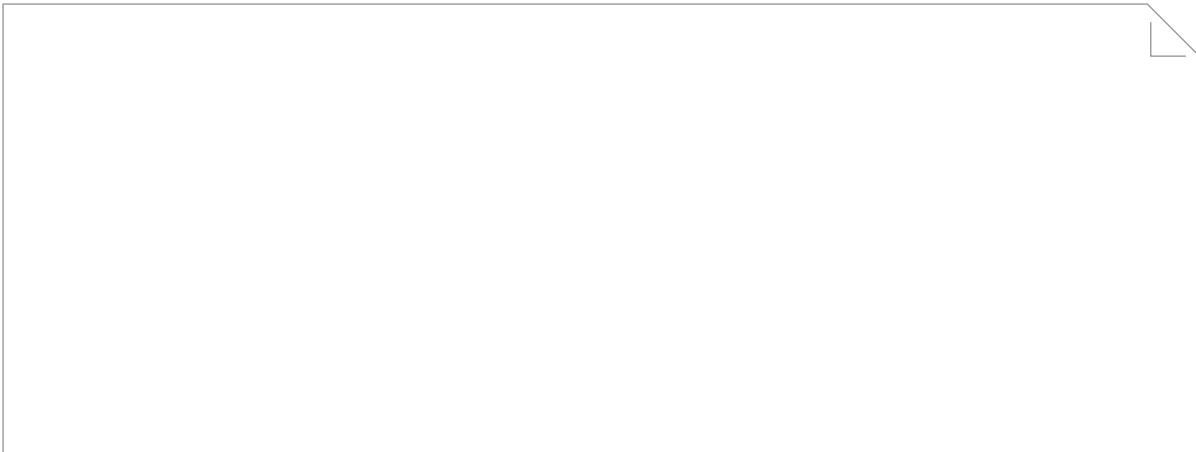
---

**3** 모둠 내 평가를 통해 결정된 문제 세트를 적어봅시다.

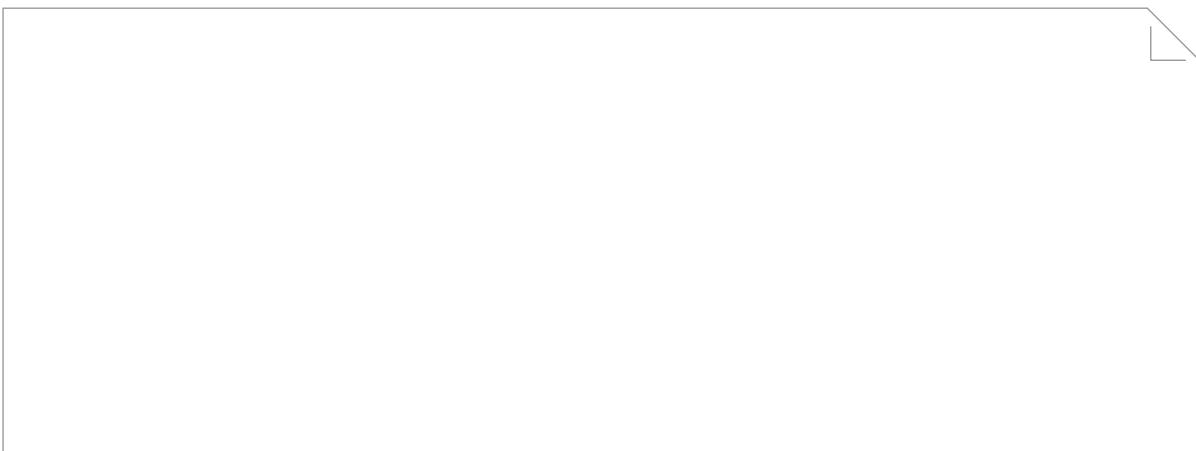
기본 문제

A large, empty rectangular box with rounded corners, designed to look like a piece of paper, intended for students to write down basic problems.

조선 시대 문제

A large, empty rectangular box with rounded corners, designed to look like a piece of paper, intended for students to write down problems related to the Joseon Dynasty.

실생활 문제

A large, empty rectangular box with rounded corners, designed to look like a piece of paper, intended for students to write down problems related to real-life situations.

### 성찰 단계

#### ● 수학 퀴즈 프로젝트에서 가장 창의적인 문제 선정하기

- 인스타그램에서 좋아요가 많이 표시된 게시물과 댓글이 많았던 게시물을 찾아봅시다.

가장 많은 좋아요가 표시된 수학 문제

이 문제가 좋아요가 가장 많은 이유를 생각해 봅시다.

가장 많은 댓글이 달린 수학 문제

이 문제가 댓글이 가장 많은 이유를 생각해 봅시다.

## ● 프로젝트 성찰 일지 작성하기

모둠 이름: \_\_\_\_\_ 학년: \_\_\_\_\_ 반: \_\_\_\_\_ 번호: \_\_\_\_\_ 이름: \_\_\_\_\_

### 자기 자신에 대하여

이번 프로젝트를 통해 무엇을 배웠나요? (학습 내용)

이번 프로젝트에서 가장 최선을 다한 활동은 무엇인가요?

이번 프로젝트에서 가장 어려웠던 활동은 무엇인가요?  
어려움을 극복하기 위해 어떤 노력을 기울였나요?

이번 프로젝트를 하며 나에게 어떤 변화가 일어났나요?  
이번 프로젝트가 앞으로의 삶에 어떤 도움이 될 거라고 생각하나요?

### 모둠원에 대하여

이번 프로젝트에서 모둠원의 협력에 가장 많이 기여한 사람은 누구인가요? 구체적인 사례도 적어 주세요.

### 프로젝트에 대하여

가장 재미있었던 활동은 무엇인가요?

가장 아쉬웠던 활동은 무엇인가요?

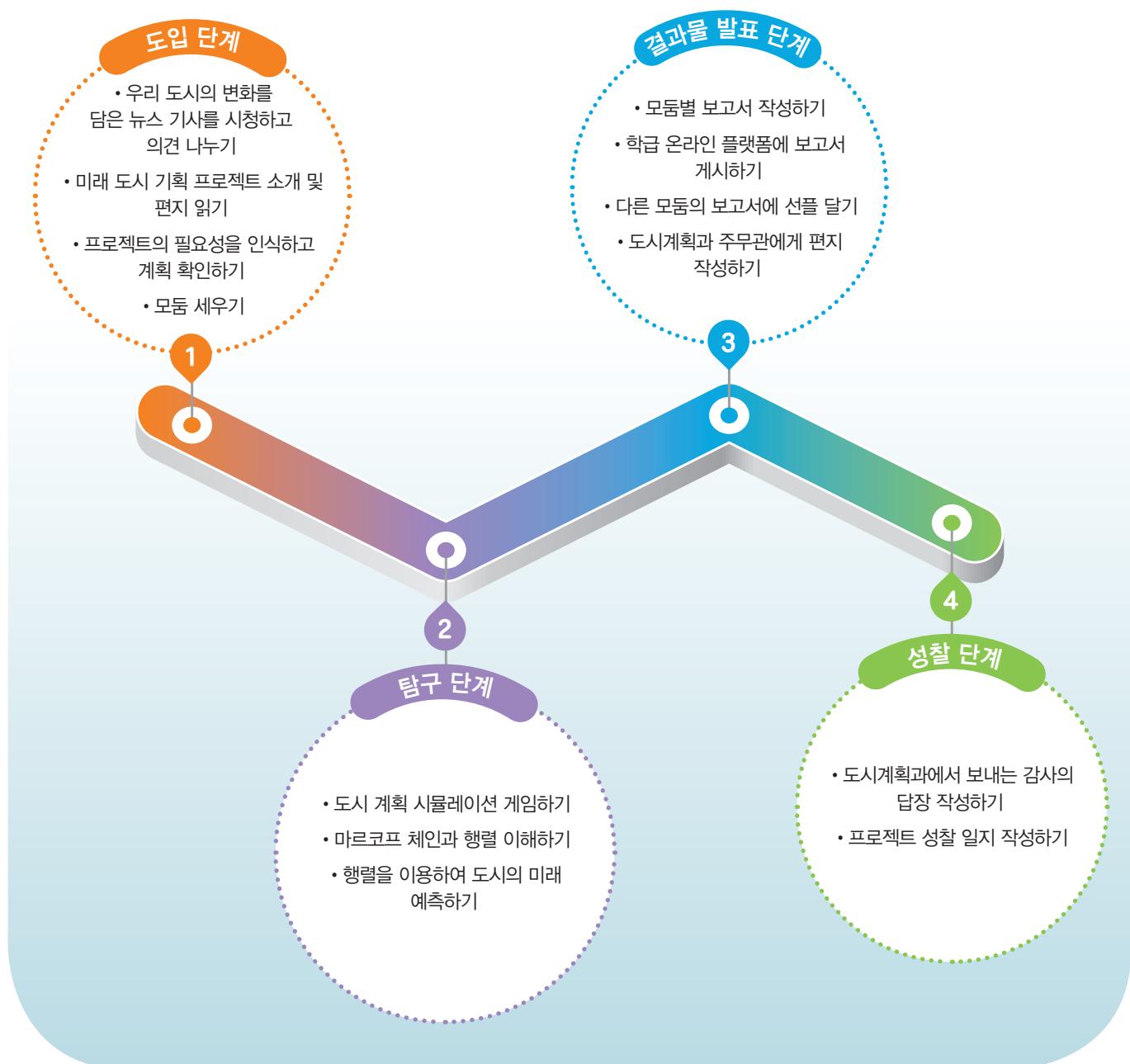
후배들에게 이 프로젝트를 추천하거나 또는 추천하지 않는다면 그 이유가 무엇인가요?

어떻게 하면 선생님이 프로젝트를 더 좋은 방향으로 개선 할 수 있을까요?

# IV

## 행렬을 활용한 도시 계획 프로젝트

### 1 수업 한눈에 보기



## 2 수업 개요

프로젝트명	행렬을 활용한 도시 계획 프로젝트		차시	8차시					
2022 개정 교육과정 성취 기준	[10공수1-04-01] 행렬의 뜻을 알고, 실생활 상황을 행렬로 표현할 수 있다. [10공수1-04-02] 행렬의 연산을 수행하고, 관련된 문제를 해결할 수 있다.								
수학과 핵심 역량	<input type="checkbox"/> 문제해결 역량 <input type="checkbox"/> 연결 역량	<input type="checkbox"/> 추론 역량 <input type="checkbox"/> 정보처리 역량	<input type="checkbox"/> 의사소통 역량						
탐구 질문	우리 도시의 데이터를 행렬로 어떻게 표현하고 분석할 수 있을까?								
수행 과제	학습 목표	1. 실생활 자료를 행렬로 나타내는 활동을 통해 행렬의 유용성을 인식한다. 2. 도시 계획과 관련된 데이터를 행렬로 표현하고, 마르코프 체인을 이용해 미래 상태를 예측하는 과정을 경험한다.							
	문제 상황	우리가 살아가는 도시는 기후 위기, 인구 변화 등으로 인해 불확실성과 복잡성이 점점 확대되고 있다. 이로 인해 발생할 수 있는 문제들을 예측하고 대비하기 위해 수학적 모델링이 필요하다. 특히 도시의 주거, 상업, 녹지 비율 변화를 예측하고 최적의 도시 계획을 수립하는 것이 중요한 과제로 떠오르고 있다.							
	공개할 결과물	모둠별로 우리 도시의 현재 상태를 행렬로 표현하고, 마르코프 체인을 이용해 5년 후의 변화를 예측한 결과 보고서를 작성하여 발표한다. 또한, 이를 바탕으로 한 도시 계획 제안서를 작성하여 가상의 도시계획과 주무관에게 제출한다.							
	평가 요소	1. 도시 데이터를 행렬로 정확하게 표현했는가? 2. 마르코프 체인 모델을 올바르게 적용하고 계산했는가? 3. 예측 결과를 이해하기 쉽게 설명하고 해석했는가? 4. 현실적이고 창의적인 도시 계획 제안을 했는가? 5. 모둠 활동에 적극적으로 참여하고 협력했는가? 6. 결과 보고서와 제안서를 효과적으로 작성하고 발표했는가?							
	도입단계	• 우리 도시의 변화를 담은 뉴스 기사를 시청하고 의견 나누기 • 미래 도시 기획 프로젝트 소개 및 편지 읽기 • 프로젝트의 필요성을 인식하고 계획 확인하기 • 모둠 세우기							
	탐구단계	<table border="1"> <tr> <td>도시 계획 시뮬레이션 게임하기</td> <td>• 초기 도시 상태 설정하기 • 연간 변화 규칙 설정하기 • 5년간의 변화 시뮬레이션 진행하기 • 결과 분석 및 토론하기</td> </tr> <tr> <td>마르코프 체인과 행렬 이해하기</td> <td>• 마르코프 체인 개념 소개하기 • 행렬을 이용한 시장 점유율 계산하기 • 전이 행렬 이해하고 적용하기</td> </tr> <tr> <td>행렬을 이용하여 도시의 미래 예측하기</td> <td>• 초기 상태 및 변화 비율 설정하기 (3가지 시나리오) • 행렬로 표현하고 5년 후 상태 예측하기 • 시나리오별 결과 분석 및 토론하기 • 도시 계획 제안 작성하기</td> </tr> </table>			도시 계획 시뮬레이션 게임하기	• 초기 도시 상태 설정하기 • 연간 변화 규칙 설정하기 • 5년간의 변화 시뮬레이션 진행하기 • 결과 분석 및 토론하기	마르코프 체인과 행렬 이해하기	• 마르코프 체인 개념 소개하기 • 행렬을 이용한 시장 점유율 계산하기 • 전이 행렬 이해하고 적용하기	행렬을 이용하여 도시의 미래 예측하기
도시 계획 시뮬레이션 게임하기	• 초기 도시 상태 설정하기 • 연간 변화 규칙 설정하기 • 5년간의 변화 시뮬레이션 진행하기 • 결과 분석 및 토론하기								
마르코프 체인과 행렬 이해하기	• 마르코프 체인 개념 소개하기 • 행렬을 이용한 시장 점유율 계산하기 • 전이 행렬 이해하고 적용하기								
행렬을 이용하여 도시의 미래 예측하기	• 초기 상태 및 변화 비율 설정하기 (3가지 시나리오) • 행렬로 표현하고 5년 후 상태 예측하기 • 시나리오별 결과 분석 및 토론하기 • 도시 계획 제안 작성하기								
수업의 흐름	결과물 발표단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 모둠별 보고서 작성하기</li> <li>• 학급 온라인 플랫폼에 보고서 게시하기</li> <li>• 다른 모둠의 보고서에 선물 달기</li> <li>• 도시계획과 주무관에게 편지 작성하기</li> </ul>							
	성찰단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 도시계획과에서 보내는 감사의 답장 작성하기</li> <li>• 프로젝트 성찰 일지 작성하기</li> </ul>							

### 3 차시별 교수·학습 과정안

단계	차시	교수·학습 활동	유의사항
도입단계	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>우리 도시의 변화를 담은 뉴스 기사를 시청하고 의견 나누기</li> <li>미래 도시 기획 프로젝트 소개 및 편지 읽기</li> <li>프로젝트의 필요성 인식하고 계획 확인하기</li> <li>모둠 세우기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>편지 내용을 통해 프로젝트의 실제성을 강조한다.</li> <li>모둠 구성 시 다양한 역할(눈, 입, 손, 귀)을 고려하여 균형 있게 구성한다.</li> </ul>
탐구단계	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>초기 도시 상태 설정하기</li> <li>연간 변화 규칙 설정하기</li> <li>5년간의 변화 시뮬레이션 진행하기</li> <li>결과 분석 및 토론하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>10×10 격자를 활용하여 시각적으로 도시 변화를 표현할 수 있도록 한다.</li> <li>변화 규칙 설정 시 현실성 있는 비율을 고려하도록 지도한다.</li> </ul>
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>마르코프 체인과 행렬 이해하기</li> <li>행렬을 이용한 시장 점유율 계산하기</li> <li>전이 행렬 이해하고 적용하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>실생활 예시(통신사 시장 점유율)를 통해 마르코프 체인과 행렬의 개념을 이해하기 쉽게 설명한다.</li> <li>단계별로 행렬 계산을 진행하여 학생들의 이해를 돋운다.</li> </ul>
결과물 발표단계	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>초기 상태 및 변화 비율 설정하기 (3가지 시나리오)</li> <li>행렬로 표현하고 5년 후 상태 예측하기</li> <li>시나리오별 결과 분석 및 토론하기</li> <li>도시 계획 제안 작성하기</li> <li>모둠별 보고서 작성하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>다양한 시나리오를 고려하여 비교 분석할 수 있도록 안내한다.</li> <li>계산 과정뿐만 아니라 결과에 대한 해석과 제안에 중점을 둔다.</li> <li>보고서 작성 시 구체적인 데이터와 분석 내용을 포함하도록 지도한다.</li> </ul>
	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>학급 온라인 플랫폼에 보고서 게시하기</li> <li>다른 모둠의 보고서에 선물 달기</li> <li>도시계획과 주무관에게 편지 작성하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>선물 달기 활동을 통해 긍정적인 피드백 문화를 형성한다.</li> </ul>
성찰단계	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>도시계획과에서 보내는 감사의 답장 작성하기</li> <li>프로젝트 성찰 일지 작성하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>답장 작성 통해 프로젝트의 의미와 영향력을 되새길 수 있도록 한다.</li> <li>성찰 일지를 통해 개인과 모둠의 성장을 확인하고, 프로젝트 개선 방안을 도출한다.</li> </ul>

## 4 수행평가 채점 기준표(배움 확인표)

평가요소	배점	채점 기준
도입활동: 프로젝트의 필요성 인식과 계획 수립	5	5 도시 계획의 중요성을 정확히 이해하고, 프로젝트 계획을 구체적이고 체계적으로 수립함.
		3.5 도시 계획의 중요성을 인식하고 기본적인 프로젝트 계획을 수립함.
		2 도시 계획의 중요성 인식이나 프로젝트 계획 수립에 어려움이 있음.
탐구활동1: 도시 계획 시뮬레이션 게임 참여도	5	5 시뮬레이션 게임에 적극적으로 참여하고, 결과를 정확히 기록하며 의미 있는 분석을 수행함.
		3.5 시뮬레이션 게임에 참여하고 기본적인 결과 분석을 수행함.
		2 시뮬레이션 게임 참여나 결과 분석에 소극적임.
탐구활동2: 마르코프 체인 모델 적용의 정확성	5	5 마르코프 체인 모델을 정확히 이해하고 적용하여, 도시 변화를 정확하게 예측하고 분석함.
		3.5 마르코프 체인 모델을 적용하여 기본적인 도시 변화 예측을 수행함.
		2 마르코프 체인 모델 적용이나 도시 변화 예측에 어려움이 있음.
탐구활동3: 다양한 시나리오 분석과 정책 제안의 창의성	5	5 다양한 시나리오를 체계적으로 분석하고, 창의적이고 실현 가능한 정책을 제안 보고서를 작성함.
		3.5 기본적인 시나리오 분석을 수행하고 관련 정책을 제안함.
		2 시나리오 분석이나 정책 제안에 어려움이 있음.
발표활동: 결과 발표의 명확성과 설득력	5	5 프로젝트 결과를 명확하고 논리적으로 발표하며, 청중을 효과적으로 설득함.
		3.5 프로젝트 결과를 기본적으로 발표하고 설명함.
		2 결과 발표나 청중과의 소통에 어려움이 있음.
발표활동: 보고서 자료 만들기와 게시 활동에 적극적으로 참여하였는가?	5	5 행렬을 이용하여 도시계획을 분석하고 미래를 예측하는 보고서 작성 전 과정에 적극적으로 참여하고 친구들과 소통함.
		3.5 행렬을 이용하여 도시계획을 분석하고 미래를 예측하는 보고서 작성 과정에서 소통하고 참여함.
		2 친구들과 소통하여 보고서 작성에 어려움이 있음.
발표활동: 다른 친구들과 온라인에서 긍정적으로 소통하였는가?	5	5 다른 모둠원들과 소통하고 다른 모둠의 보고서에 댓글을 달며 피드백을 주는 등 긍정적으로 소통함.
		3.5 다른 모둠의 보고서에 긍정적인 피드백을 제시함.
		2 다른 모둠의 보고서에 긍정적인 댓글을 전하며 소통하는 것에 어려움이 있음.
성찰활동: 프로젝트 수행에 대한 비판적 성찰	5	5 프로젝트 전 과정을 깊이 있게 성찰하고, 개선점을 구체적으로 제시함.
		3.5 프로젝트 수행 과정을 기본적으로 성찰하고 일반적인 개선점을 제시함.
		2 프로젝트 성찰이나 개선점 제시에 어려움이 있음.

\*잘함(5), 보통(3.5), 노력 필요(2)

## 5 교과 세부능력 특기사항 기록 예시

〈행렬을 활용한 도시 계획 프로젝트〉에서 ‘행렬의 연산’과 ‘마르코프 체인’에 대한 깊은 이해를 바탕으로 우리 도시의 미래 모습을 예측하는 모델을 개발해 큰 호응을 얻음. 실제 도시 데이터를 수집하여 주거, 상업, 녹지 지역의 변화 패턴을 행렬로 정확히 표현하였고, 이를 바탕으로 5년, 10년 후 도시의 모습을 예측하는 등 수준 높은 수학적 모델링 능력을 보임. 특히 ‘녹색 도시 조성’이라는 시나리오에서 녹지 비율을 38%까지 높일 수 있다는 창의적인 제안을 통해 실제 도시 계획에 적용 가능한 아이디어를 제시함. 또한, 발표회에서 다른 모둠의 결과를 경청한 후 구체적인 질문과 건설적인 제안을 하는 등 수학을 활용한 사회 문제 해결 과정에 적극적으로 참여하는 모습이 인상적임. 뛰어난 리더십과 협업 능력을 발휘하여 모둠원들의 의견을 조율하고, 각자의 강점을 살려 프로젝트를 성공적으로 이끌어냄. 특히 주무관에게 보내는 정책 제안서 작성 과정에서 모둠원들의 아이디어를 체계적으로 정리하고 설득력 있게 표현하는 등 수학적 사고를 실생활에 적용하는 뛰어난 능력을 보여줌.

## 6 수업자료 및 활동지

### 도입 단계

#### ● 우리 도시의 변화를 담은 뉴스 기사를 시청하고 의견 나누기

■ 우리 도시의 변화를 다룬 뉴스를 시청하고, 질문에 답하며 친구와 경험을 나눠 봅시다.

1 다음 뉴스 영상을 보고, 우리 도시가 겪고 있는 변화는 무엇인지 찾아봅시다.



[https://www.youtube.com/embed/twYELrPju\\_M](https://www.youtube.com/embed/twYELrPju_M)

2 도시의 변화가 자신의 삶에 어떤 영향을 주었는지 경험을 서로 나누어 봅시다.

### ● 미래 도시 기획 프로젝트 소개 및 편지 읽기

- 다음은 ○○시가 발표한 ‘그린 시티 2050’ 계획입니다. 이 계획의 특별한 점은 지역 고등학교 학생들의 참여로 이루어진다는 것입니다. ○○시 도시계획과의 ○○○ 주무관은 다음과 같은 편지를 통해 학생들의 참여를 요청했습니다.

#### ‘그린 시티 2050’ 계획 발표... 학생들의 수학적 모델링으로 도시의 미래를 그린다.

안녕하세요, 여러분. 저는 도시계획을 담당하고 있는 ○○○입니다. 우리 도시는 급격한 변화를 겪고 있어요. 녹지는 줄어들고, 건물은 늘어나고 있죠. 이런 변화가 우리 삶에 어떤 영향을 미칠지 걱정이 됩니다.

우리 시에서는 ‘그린 시티 2050’ 계획을 준비하고 있습니다. 이 계획은 향후 20년간 도시의 지속가능한 발전을 위해 주거지역, 상업지역, 녹지지역의 최적 비율을 달성하는 것을 목표로 합니다. 특히 주목할 만한 점은 이 계획이 첨단 데이터 분석 기술을 활용한다는 것입니다.

우리는 과거의 도시 변화 패턴을 분석하고, 이를 바탕으로 미래를 예측하는 새로운 수학적 모델을 도입했습니다. 이 모델은 현재의 토지 이용 현황과 연간 변화 비율을 바탕으로, 5년 후, 20년 후의 도시 모습을 정확히 예측 할 수 있다고 합니다. 우리 시는 이를 통해 더 효율적이고 환경 친화적인 도시 계획을 수립할 수 있을 것으로 기대하고 있습니다.

그래서 여러분에게 부탁이 있어요. 수학 시간에 배운 행렬, 그리고 마르코프 체인을 이용해 우리 도시의 미래를 예측해보는 건 어떨까요? 현재 상태를 분석하고, 미래를 예측하면 우리가 살고 싶은 도시를 만들기 위해 무엇을 해야 할지 알 수 있을 거예요.

여러분이 만든 예측 모델을 통해 우리 도시의 미래 모습을 그려보고, 더 나은 도시를 만들기 위한 아이디어를 제안해주세요. 가장 창의적이고 실현 가능한 제안을 한 팀에게는 시장님께 직접 아이디어를 발표할 기회를 드리겠습니다!

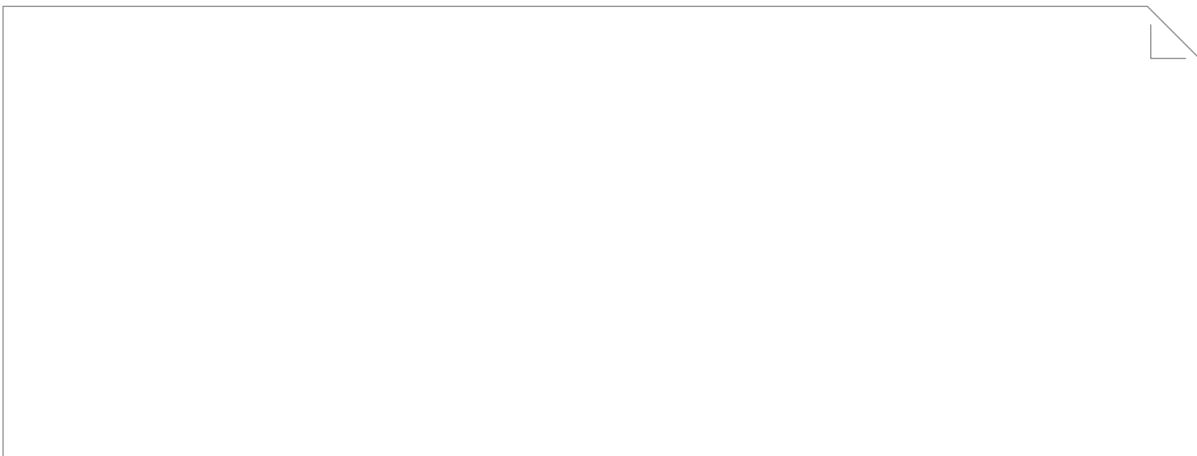
- ○○지역 도시계획과 ○○○

#### 1 ○○○이 고민하고 있는 현재의 상황과 편지의 의도는 무엇인가요?

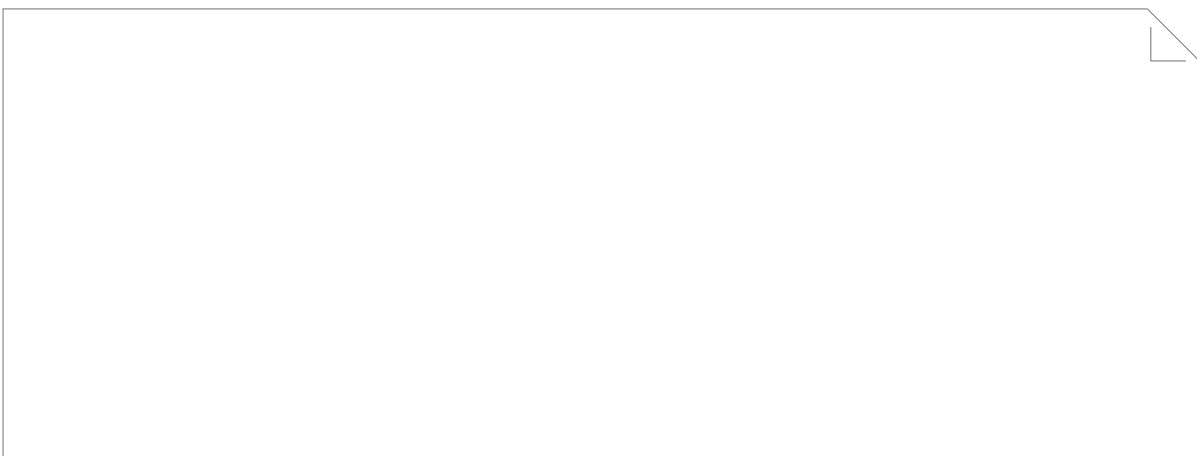
#### 2 우리 도시의 현재 모습은 어떤가요? (주거, 상업, 녹지 비율 추정)

※ (참고) 공공데이터 포털(<https://www.data.go.kr/data/15046548>) 서울 용도지역 현황 통계

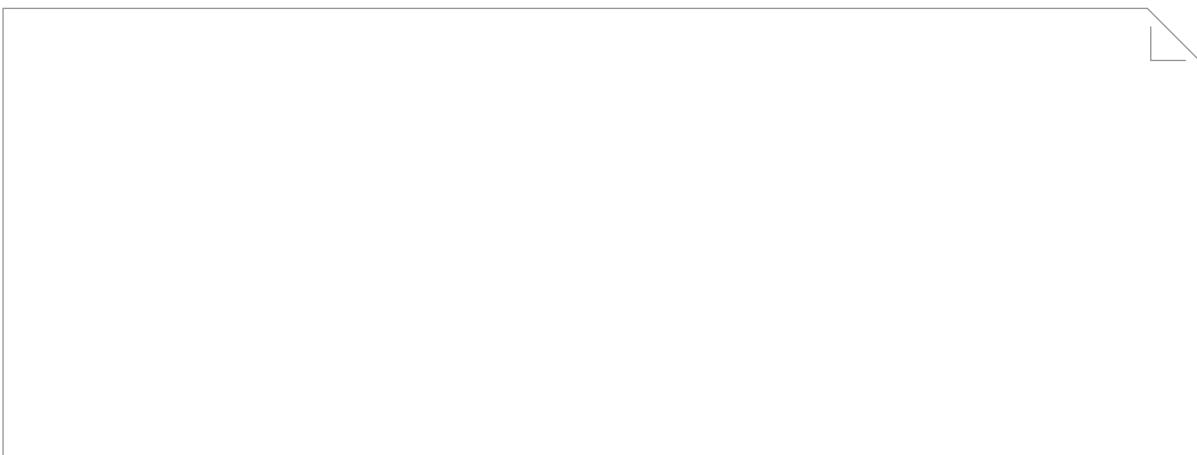
**3** 5년 후, 10년 후 우리 도시는 어떻게 변할까요?



**4** 이런 변화를 어떻게 수학적으로 표현하고 예측할 수 있을까요?



**5** 주거, 상업, 녹지의 비율을 결정하기 위해서는 어떤 요소들을 고려해야 할까요?



### ● 프로젝트의 필요성을 인식하고 계획 확인하기

- 다음 질문에 답하며 <미래 도시 예측 프로젝트>를 하는 이유를 생각하고 앞으로의 계획을 확인해 봅시다.

질문	나의 생각
수학적 모델링은 도시 계획과 환경 문제 해결에 어떤 역할을 할 수 있을까요?	
우리는 어떻게 행렬을 이용해 도시의 미래를 예측하고, 더 나은 도시 계획을 제안할 수 있을까요?	
<미래 도시 예측 프로젝트>에서 나의 목표는 무엇인가요?	

IV

### ● 모둠 세우기

- 선생님과 모둠 구성 방법을 논의하고, 프로젝트를 함께할 모둠원을 반갑게 만나 봅시다.

#### 1 선생님이 제안하는 모둠 구성 방법을 확인하고, 생각을 더해 봅시다.

- ① 모둠원의 역할은 ‘눈, 입, 손, 귀’의 4가지 역할로 나눈다.
- ② ‘눈’ 역할을 맡을 학생 8명을 지원받는다.(‘눈’ 역할을 맡은 학생은 내가 함께하고 싶은 ‘입’ 역할의 학생을 마음대로 뽑을 수 있다.)
- ③ ‘눈’ 역할을 맡은 학생은 ‘입’ 역할을 뽑고, ‘눈’과 ‘입’ 짹꿍은 복도로 나가 교실 안을 보지 않도록 바닥에 앉아 조용히 기다린다.
- ④ 교실에 남은 학생들은 교실 뒤로 나갔다가 ‘손’ 역할과 ‘귀’ 역할 두 명씩 짹을 지어 모둠 책상에 앉는다.
- ⑤ 교사는 모둠 번호가 적힌 제비를 가지고 복도로 나가 ‘눈’과 ‘입’ 짹꿍이 뽑게 한다.
- ⑥ ‘눈’과 ‘입’ 짹꿍과 교실 안 ‘손’과 ‘귀’ 짹꿍들이 만나 4인 1모둠을 완성한다.
- ⑦ 반갑게 인사를 나누고 토의를 통해 각자의 역할을 구체화한다.

## 2 모둠원과 만나 각자의 역할을 토의해 봅시다.

모둠 이름

(모둠원의 공통점, 공동의 목표 등을 활용해 보세요.)

역할	모둠원 이름(학번)
<ul style="list-style-type: none"><li>• 눈: 우리 모둠의 목표가 어디인지, 지금 어디로 가고 있는지, 앞으로 무엇을 해야 하는지 잘 봐야 한다. 모둠 토의 시 발표 순서를 정하고 진행한다.</li><li>• 추가 역할:</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• 입: 모둠 대표로 발표해야 할 일이 있을 때 모둠원들의 의견을 하나로 수합하여 반 전체 친구들이 잘 이해할 수 있도록 발표한다.</li><li>• 추가 역할:</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• 손: 손으로 그림을 그리거나 모둠 토의 결과를 정리하는 역할을 한다. 모둠원의 활동지를 수합하여 제출한다.</li><li>• 추가 역할:</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• 귀: 모둠원들이 적극적이고 협력적으로 활동에 참여할 수 있는 긍정적인 분위기를 조성한다. 모둠원들이 의견을 제시할 때 적극적으로 리액션한다.</li><li>• 추가 역할:</li></ul>	

### 3 우리 모둠의 '성장 가치'를 정하고, 그 가치를 실현하기 위한 모둠 약속을 만들어 봅시다.

**✚ 성장 가치 핵심어 예시**

감사, 경청, 공감, 관심, 긍정, 나눔, 노력, 도전, 믿음, 발전, 배려, 배움, 보람, 보살핌, 사랑, 성실, 솔선수범, 실천, 아름다움, 양보, 우정, 자신감, 재미, 정성, 질서, 책임, 친절, 평화, 함께하기, 행복, 협동, 희망 등

우리 모둠의 '성장 가치'를 문장으로 써 보기	우리 모둠의 '성장 가치'를 그림으로 표현하기
'성장 가치'를 실현하기 위해 필요한 모둠 약속	
이렇게 말해요	이렇게 행동해요
1.	1.
2.	2.
3.	3.
(서명)	

※ '모둠 약속'은 되도록 긍정형 문장으로 만드세요.

## 탐구 단계

### ▣ 도시 계획 시뮬레이션 게임하기

- 도시 계획 시뮬레이션 게임은 도시의 변화를 직접 시뮬레이션해봄으로써 도시 계획의 복잡성을 이해하고, 이를 수학적으로 표현해 봅시다.

#### 활동 안내문

##### [활동 순서]

1. 초기 도시 상태 설정
2. 5년간의 변화 시뮬레이션
3. 결과 분석 및 토론
4. 행렬로 표현하기
5. 마르코프 체인 개념 연결

##### [세부 활동 내용]

1. 초기 설정
  - $10 \times 10$  격자를 사용하되, 각 칸을 주거(빨강), 상업(파랑), 녹지(초록) 중 하나로 설정합니다.
  - 초기 상태를 기록합니다 (예: 주거 40%, 상업 35%, 녹지 25%).
2. 변화 규칙 설정
  - 각 지역 유형별로 다음 해에 변화할 확률을 정합니다.
    - \* 주거지역: 80% 유지, 15% 상업으로 변화, 5% 녹지로 변화
    - \* 상업지역: 10% 주거로 변화, 75% 유지, 15% 녹지로 변화
    - \* 녹지지역: 5% 주거로 변화, 10% 상업으로 변화, 85% 유지
3. 시뮬레이션 진행
  - 각 턴(1년)마다 모든 칸에 대해 설정된 비율에 따라 변화를 적용합니다.
  - 변화 적용 방법
    - \* 각 유형별로 변화할 칸의 수를 계산합니다.
    - \* 계산된 수만큼 무작위로 칸을 선택하여 변화시킵니다.
4. 결과 기록
  - 매 턴 후 각 지역 유형의 비율을 계산하여 기록합니다.
  - 5년간 진행 후 최종 상태를 기록합니다.
5. 행렬로 표현
  - 초기 상태와 최종 상태를 행렬로 표현합니다.
6. 토론 및 제안
  - 시뮬레이션 결과를 바탕으로 도시의 변화 추세를 분석합니다.
  - 바람직한 도시 발전 방향에 대해 토론합니다.
  - 그런 시티 계획을 위한 제안을 작성합니다.

##### [주의사항]

- 모든 모둠원이 참여할 수 있도록 역할을 분담하세요.
- 시뮬레이션 과정에서 발견한 흥미로운 점들을 꼼꼼히 기록하세요.

# 1 초기 상태 기록

주거지역: \_\_\_\_\_ % 상업지역: \_\_\_\_\_ % 녹지지역: \_\_\_\_\_ %

### 〈○○도시 초기상태〉

A large grid of 100 empty squares, arranged in 10 rows and 10 columns. The grid is defined by thick black lines.



## 2 연간 변화 규칙 설정

주거지역: \_\_\_\_\_% 유지, \_\_\_\_\_% 상업으로, \_\_\_\_\_% 녹지로

상업지역: \_\_\_\_\_% 주거로, \_\_\_\_\_% 유지, \_\_\_\_\_% 녹지로

녹지지역: \_\_\_\_\_% 주거로, \_\_\_\_\_% 상업으로, \_\_\_\_\_% 유지

### 3 매년 시뮬레이션 진행

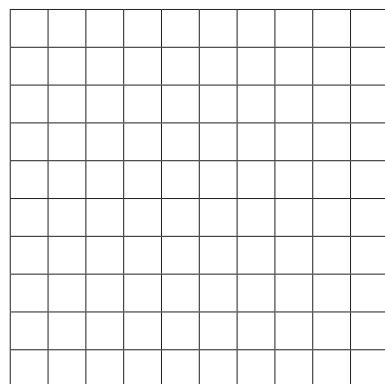
지역	계산	초기
〈○○도시 1년 뒤〉		주거지역: _____ % 상업지역: _____ % 녹지지역: _____ %
		계산
		1년 뒤
		주거지역: _____ % 상업지역: _____ % 녹지지역: _____ %

1년 뒤

주거지역: \_\_\_\_\_ % 상업지역: \_\_\_\_\_ % 녹지지역: \_\_\_\_\_ %

계산

〈○○도시 2년 뒤〉



2년 뒤

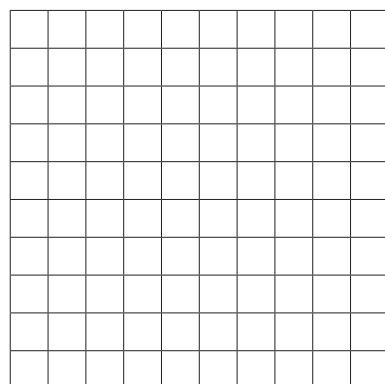
주거지역: \_\_\_\_\_ % 상업지역: \_\_\_\_\_ % 녹지지역: \_\_\_\_\_ %

2년 뒤

주거지역: \_\_\_\_\_ % 상업지역: \_\_\_\_\_ % 녹지지역: \_\_\_\_\_ %

계산

〈○○도시 3년 뒤〉



3년 뒤

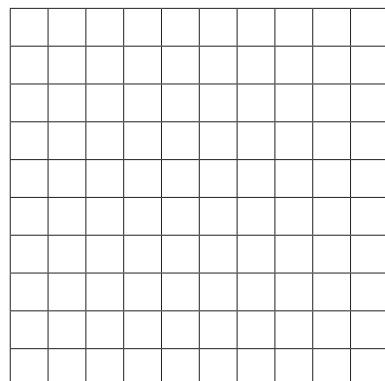
주거지역: \_\_\_\_\_ % 상업지역: \_\_\_\_\_ % 녹지지역: \_\_\_\_\_ %

3년 뒤

주거지역: \_\_\_\_\_ % 상업지역: \_\_\_\_\_ % 녹지지역: \_\_\_\_\_ %

계산

〈○○도시 4년 뒤〉



4년 뒤

주거지역: \_\_\_\_\_ % 상업지역: \_\_\_\_\_ % 녹지지역: \_\_\_\_\_ %

<p><b>4년 뒤</b></p> <p>주거지역: _____ % 상업지역: _____ % 녹지지역: _____ %</p> <p><b>계산</b></p>	<p>〈○○도시 5년 뒤〉</p> <table border="1" style="width: 100%; height: 100px;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>																																																																
<p><b>5년 뒤</b></p> <p>주거지역: _____ % 상업지역: _____ % 녹지지역: _____ %</p>																																																																	

IV

## 4 매년 변화 결과 기록

연도	주거지역	상업지역	녹지지역
초기			
1년 뒤			
2년 뒤			
3년 뒤			
4년 뒤			
5년 뒤			

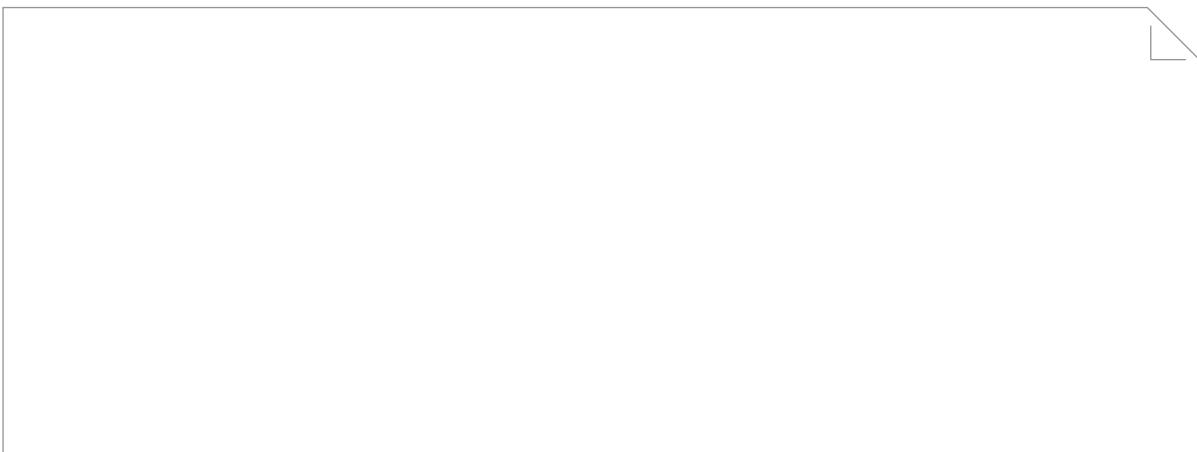
## 5 연도별 상태를 행렬로 표현

---

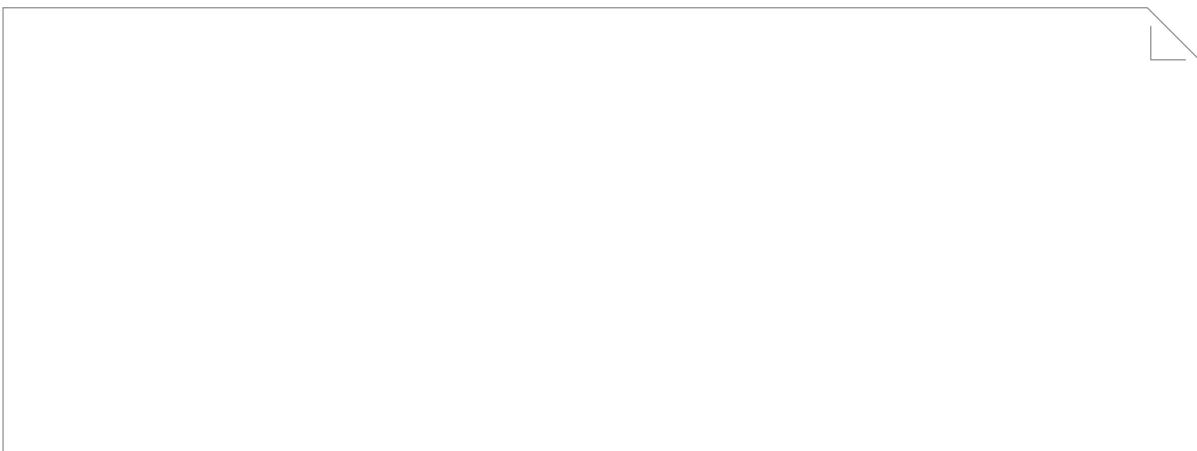
**6** 도시 변화 추세 분석



**7** 그린 시티 계획을 위한 제안



**8** 도시 계획 시뮬레이션 게임 활동 소감 및 배운 점



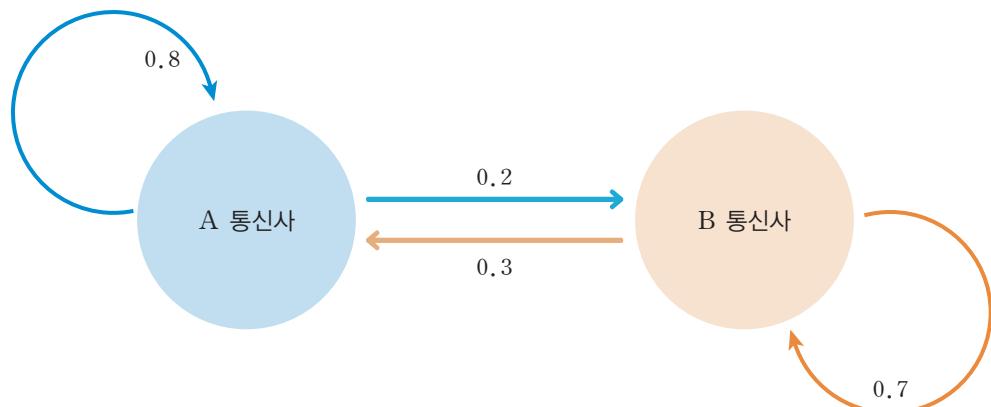
## ● 마르코프 체인과 행렬 이해하기

- 행렬을 실생활과 연결하고, 복잡한 시스템의 상태와 그 변화를 행렬로 표현할 수 있다.

행렬은 시스템의 상태와 그 변화를 표현하는 데 유용하게 사용된다. 그중 대표적인 예로 마르코프 체인 (Markov Chain)이 있다. 마르코프 체인은 ‘현재 상태만이 다음 상태의 확률에 영향을 준다.’는 가정을 통해 다음 상태를 예측할 수 있어서 다양한 분야에서 시스템의 변화를 파악하는 데 활용되고 있다. 구체적으로는 시장 점유율 변화, 날씨 변화 예측, 주식 시장의 움직임, 웹 페이지의 순위 결정 등에서 마르코프 체인이 이용되고 있다.

예를 들어 두 통신사 A, B에 대하여 매년 통신사를 변경하는 비율을 조사한 결과가 다음과 같았다고 하자.

A 통신사에 가입된 고객 중 80%는 다음 해에도 A 통신사를 선택하였으나 20%는 B 통신사로 변경하였고, B 통신사에 가입된 고객 중 70%는 다음 해에도 B 통신사를 선택하였으나 30%는 A 통신사로 변경하였다.



현재 A 통신사와 B 통신사의 시장 점유율을 각각  $a_0$ ,  $b_0$ 이라 하고, 1년 후의 시장 점유율을 각각  $a_1$ ,  $b_1$ 이라고 할 때

$$a_1 = 0.8a_0 + 0.3b_0$$

$$b_1 = 0.2a_0 + 0.7b_0$$

을 만족시키며, 이를 행렬로 나타내면

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

과 같다.

①에서 행렬  $\begin{pmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}$ 은 통신사의 유지 혹은 변경을 표현하는 행렬로, 전이 행렬(Transition Matrix)이라고 부른다.

- 1 현재 A 통신사와 B 통신사의 시장 점유율을 각각 0.7, 0.3이라고 할 때, 1년 후 A 통신사와 B 통신사의 시장 점유율을 ①을 이용하여 구해 보자.

- 2 현재 A 통신사와 B 통신사의 시장 점유율을 각각 0.7, 0.3이라고 할 때, 다음은 행렬의 곱셈을 이용하여 2년 후 A 통신사와 B 통신사의 시장 점유율을 구하는 과정이다. ④에 알맞은 전이 행렬을 구해 보자.

매년 통신사를 변경하는 비율이 매년 유지된다면 2년 후의 A 통신사와 B 통신사의 시장 점유율을 각각  $a_2$ ,  $b_2$ 라고 할 때, 등식

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \quad \dots \dots \textcircled{2}$$

을 만족시킨다.

한편, ②에 ①을 대입하면

$$\begin{pmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{pmatrix} = \boxed{\textcircled{3}}$$

이므로

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \boxed{\textcircled{3}} \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}$$

이다.

- 3** 현재 A 통신사와 B 통신사의 시장 점유율을 각각 0.7, 0.30이라고 할 때, 2년 후 A 통신사와 B 통신사의 시장 점유율을 구해 보자.

IV

- 4** 자기 평가표를 작성해 보자.

평가 항목	자기 평가		
행렬의 곱셈을 이용하여 시장 점유율을 구하여 행렬의 유용성을 인식할 수 있다.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
실생활의 사례를 단순화하여 행렬로 표현하고, 수학을 실생활에 적용할 수 있다.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 5** 프로젝트 활동을 하면서 좋았던 점과 배운 점을 작성해 보자.

## ● 행렬을 이용하여 도시의 미래 예측하기

- 주거와 녹지 지역의 변화 비율을 설정하고, 5년 후와 10년 후의 두 가지 시나리오에 대한 변화를 예측해 봅시다.

### 활동 안내문

#### [활동 순서]

##### 1. 초기 상태 설정

- 현재 우리 도시의 주거와 녹지 지역 비율을 설정합니다. (예: 주거 70%, 녹지 30%)
- 그 이유를 뉴스 기사, 통계 자료 등을 근거로 작성해 봅시다.

##### 2. 변화 비율 설정 (3가지 시나리오)

- 시나리오 A 예시 (현재 추세)
  - \* 주거지역: 90% 유지, 10% 녹지로 변화
  - \* 녹지지역: 5% 주거로 변화, 95% 유지
- 시나리오 B 예시 (녹지 확대)
  - \* 주거지역: 85% 유지, 15% 녹지로 변화
  - \* 녹지지역: 2% 주거로 변화, 98% 유지
- 시나리오 C 예시 (주거 확대)
  - \* 주거지역: 95% 유지, 5% 녹지로 변화
  - \* 녹지지역: 10% 주거로 변화, 90% 유지

##### 3. 행렬 표현

- 초기 상태와 변화 비율을 행렬로 표현합니다.

##### 4. 5년 후 예측

- 5년 후의 상태를 행렬을 이용하여 예측합니다.

##### 5. 결과 분석 및 토론

- 계산된 결과를 바탕으로 우리 도시의 변화 추세를 분석합니다.
- 이러한 변화가 바람직한지, 어떤 문제점이 있을지 토론합니다.
- 더 나은 도시 계획을 위해 어떤 정책이 필요할지 제안합니다.

##### 6. 보고서 작성

- 초기 설정, 계산 과정, 결과, 분석 내용을 포함한 보고서를 작성합니다.
- 보고서에는 도시 계획에 대한 제안도 포함합니다.

##### 7. 발표 및 피드백

- 각 모둠별로 결과를 발표하고, 다른 모둠의 결과와 비교합니다.

1 초기 상태 설정: 현재 우리 도시의 주거와 녹지 지역 비율을 설정합니다.

초기 상태:

설정 이유:

## 2 변화 비율 설정: (3가지 시나리오)를 설정해 볼시다.

- 시나리오 A 예시 (현재 추세)
  - \* 주거지역: 90% 유지, 10% 녹지로 변화
  - \* 녹지지역: 5% 주거로 변화, 95% 유지
- 시나리오 B 예시 (녹지 확대)
  - \* 주거지역: 85% 유지, 15% 녹지로 변화
  - \* 녹지지역: 2% 주거로 변화, 98% 유지
- 시나리오 C 예시 (주거 확대)
  - \* 주거지역: 95% 유지, 5% 녹지로 변화
  - \* 녹지지역: 10% 주거로 변화, 90% 유지

## 3 행렬 표현

초기 상태:

설정 이유:

## 4 행렬을 이용하여 5년 후 예측

## 5 시나리오별 결과 분석 및 토론

- 시나리오별 계산된 결과를 바탕으로 우리 도시의 변화 추세를 분석
- 이러한 변화가 바람직한지, 그리고 어떤 사회적, 환경적 문제점이 있을지 토론
- 더 나은 도시 계획을 위해 필요한 정책 제안

## 6 보고서 작성

초기 설정, 계산 과정, 결과 분석, 그리고 도시 계획에 대한 제안을 포함한 보고서를 작성합니다.

+ 보고서 예시

### 주거-녹지 균형을 위한 도시 계획 시나리오 분석

○○고등학교 1학년 ○반  
(20○○. ○. ○.)

#### 1. 서론

우리 도시의 지속 가능한 발전을 위해 주거지역과 녹지지역의 균형이 중요합니다. 이 보고서에서는 세 가지 시나리오를 통해 향후 5년간의 도시 변화를 예측하고 분석했습니다.

#### 2. 초기 상태

현재 우리 도시의 구성: 주거 70%, 녹지 30%

$$\text{초기 상태 행렬: } P = \begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.3 \end{pmatrix}$$

#### 3. 시나리오 설명

$$\text{시나리오 A (현재 추세): } A = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.05 & 0.95 \end{pmatrix}$$

$$\text{시나리오 B (녹지 확대): } B = \begin{pmatrix} 0.85 & 0.15 \\ 0.02 & 0.98 \end{pmatrix}$$

$$\text{시나리오 C (주거 확대): } C = \begin{pmatrix} 0.95 & 0.05 \\ 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$$

#### 4. 계산 과정 및 결과

시나리오 A 결과: 주거 68%, 녹지 32%

시나리오 B 결과: 주거 62%, 녹지 38%

시나리오 C 결과: 주거 75%, 녹지 25%

(각 시나리오별 계산 과정 포함)

#### 5. 분석

시나리오 A: 현재 추세가 유지되면 주거와 녹지 비율이 소폭 변화합니다.

시나리오 B: 녹지 확대 정책으로 녹지 비율이 크게 증가합니다.

시나리오 C: 주거 확대 정책으로 녹지 비율이 감소합니다.

#### 6. 결론 및 제안

시나리오 B가 가장 바람직해 보입니다. 녹지 확대는 환경 개선과 삶의 질 향상에 기여할 것입니다. 단, 주거 수요도 고려해야 하므로 다음과 같은 정책을 제안합니다.

- 녹지 확대와 함께 고밀도 주거 개발 추진
- 옥상 정원, 수직 숲 등의 혁신적인 도시 녹지화 방안 도입
- 주거지역 내 소규모 공원 조성 의무화

#### 7. 한계점

이 모델은 현실을 단순화한 것으로, 실제 도시 계획에서는 경제, 인구 변화, 기후 등 더 많은 요소를 고려해야 합니다.

## 주거-녹지 균형을 위한 도시 계획 시나리오 분석

IV

## 결과물 발표 단계

### ▣ 모둠별 보고서를 게시하고 선플 달기

1 학급 온라인 플랫폼에 모둠별 보고서를 게시해 봅시다.

2 아래 채점 기준에 유의하여 학급 온라인 플랫폼에 게시된 보고서에 선플 달기를 통해 긍정적인 소통을 해 봅시다.

평가요소	배점	채점 기준
보고서 자료 만들기와 게시 활동에 적극적으로 참여하였는가?	5	행렬을 이용하여 도시계획을 분석하고 미래를 예측하는 보고서 작성 전 과정에 적극적으로 참여하고 친구들과 소통함.
	3.5	행렬을 이용하여 도시계획을 분석하고 미래를 예측하는 보고서 작성 과정에서 소통하고 참여함.
	2	친구들과 소통하여 보고서 작성에 어려움이 있음.
다른 친구들과 온라인에서 긍정적으로 소통하였는가?	5	다른 모둠원들과 소통하고 다른 모둠의 보고서에 댓글을 달며 피드백을 주는 등 긍정적으로 소통함.
	3.5	다른 모둠의 보고서에 긍정적인 피드백을 제시함.
	2	다른 모둠의 보고서에 긍정적인 댓글을 전하며 소통하는 것에 어려움이 있음.

\*잘함(5), 보통(3.5), 노력 필요(2)

선플달기  
활동

### 3 온라인 글쓰기 플랫폼을 활용하여 우리 학급의 보고서를 첨부문서로 보내는 편지를 작성해 봅시다.

예시

도시 계획과 ○○○ 주무관 님께

안녕하세요. 저희는 ○○고등학교 ○학년 ○반 학생들입니다. 지난번 주무관 님께서 보내주신 편지를 받고, 우리 도시의 미래에 대해 진지하게 고민해보았습니다. 행렬과 마르코프 체인을 이용해 도시의 주거-녹지 비율 변화를 예측해보았고, 그 결과를 바탕으로 몇 가지 제안을 드리고자 합니다.

저희가 본선했던 결과, 현재 추세대로라면 5년 후 우리 도시의 녹지 비율이 소폭 증가하지만, 보다 적극적인 녹지 확대 정책을 펼친다면 녹지 비율을 38%까지 높일 수 있을 것으로 예측됩니다. 이는 시민들의 삶의 질 향상과 환경 개선에 크게 기여할 것입니다.

아래에 따라 다음과 같은 정책을 제안 드립니다:

1. 도시 곳곳에 소규모 공원을 조성하여 주거지역 내 녹지 비율을 높입니다.
2. 옥상 정원과 수직 숲 등 혁신적인 도시 녹화 방안을 도입합니다.
3. 녹지를 확대하면서도 주거 수요를 충족할 수 있도록 고밀도 주거 개발을 병행합니다.

저희의 분석에는 한계가 있겠지만, 이러한 제안이 우리 도시의 그런侧面 계획에 조금이나마 도움이 되기를 바랍니다. 앞으로도 우리 도시의 발전에 관심을 가지고 지속적으로 고민하겠습니다.

감사합니다.

○○고등학교 ○학년 ○반 일동 드림

IV



## 성찰 단계

### ● 도시계획과에서 보내는 감사의 답장 작성하기

- 도시계획과 ○○○ 주무관이 우리 학급의 편지를 읽는다면 나에게 어떤 답장을 할까요? 내가 받을 답장을 직접 작성해 봅시다.

예시

○○고등학교 ○학년 ○반 학생 여러분께

안녕하세요. ○○시 도시계획과 주무관 ○○○입니다. 여러분의 진지하고 열정적인 편지를 알고 깊은 감명을 받았습니다. 우리 도시의 미래를 위해 이렇게 심도 있는 고민과 분석을 해주셔서 진심으로 감사드립니다.

여러분이 제안해주신 내용, 특히 행렬과 마르코프 체인을 활용한 도시 변화 예측 모델은 매우 흥미롭고 유용한 접근 방식이라고 생각합니다. 현재 38%까지 녹지 비율을 높일 수 있다는 예측 결과는 우리 시의 그린 시티 계획에 큰 도움이 될 것 같습니다.

또, 제안해주신 정책들도 매우 찬성하고 실현 가능성이 높아 보입니다:

1. 소규모 공원 조성: 이는 현재 우리 시에서 추진 중인 '동네 숲' 프로젝트와 잘 맞아떨어집니다. 여러분의 제안을 반영하여 더 적극적으로 추진해 나가겠습니다.

2. 옥상 정원과 수직 숲: 이는 매우 혁신적인 아이디어입니다. 다음 달에 시작되는 '그린 빌딩' 파일럿 프로젝트에 이 아이디어를 반영해 보도록 하겠습니다.

3. 고밀도 주거 개발: 녹지 확대와 주거 수요 충족을 동시에 고려한 점이 인상적입니다. 현재 진행 중인 도시재생 사업에 이 개념을 적용해 볼 수 있을 것 같습니다.

물론 여러분도 언급하셨듯이, 실제 도시 계획에는 더 많은 변수들이 고려되어야 합니다. 그러나 여러분의 아이디어 분석과 제안은 우리 시의 의사 결정 과정에 중요한 인사이트를 제공해 주었습니다.

앞으로도 우리 도시의 발전에 관심을 기울주시고, 이렇게 좋은 아이디어들을 계속 제안해 주시기 바랍니다. 여러분과 같은 젊은 세대의 참여와 열정이 우리 도시의 밝은 미래를 만들어 갈 것이라 믿습니다.

다시 한 번 감사드리며, 언제든 도시 계획에 대한 여러분의 의견을 환영합니다. 기회가 된다면 학교를 방문해 주세요. 여러분과 직접 이야기를 나누고 싶습니다.

건강하고 행복한 학창 시절을 보내시기 바랍니다.

○○시 도시계획과 주무관 ○○○ 드림



## ● 프로젝트 성찰 일지 작성하기

모둠 이름: \_\_\_\_\_ 학년: \_\_\_\_\_ 반: \_\_\_\_\_ 번호: \_\_\_\_\_ 이름: \_\_\_\_\_

### 자기 자신에 대하여

이번 프로젝트를 통해 무엇을 배웠나요? (학습 내용)

이번 프로젝트에서 가장 최선을 다한 활동은 무엇인가요?

이번 프로젝트에서 가장 어려웠던 활동은 무엇인가요?  
어려움을 극복하기 위해 어떤 노력을 기울였나요?

이번 프로젝트를 하며 나에게 어떤 변화가 일어났나요?  
이번 프로젝트가 앞으로의 삶에 어떤 도움이 될 거라고 생각하나요?

### 모둠원에 대하여

이번 프로젝트에서 모둠원의 협력에 가장 많이 기여한 사람은 누구인가요? 구체적인 사례도 적어 주세요.

### 프로젝트에 대하여

가장 재미있었던 활동은 무엇인가요?

가장 아쉬웠던 활동은 무엇인가요?

후배들에게 이 프로젝트를 추천하거나 또는 추천하지 않는다면 그 이유가 무엇인가요?

어떻게 하면 선생님이 프로젝트를 더 좋은 방향으로 개선 할 수 있을까요?

# 차례



## 공통수학1

II. 방정식과 부등식 | 09

IV. 행렬 | 31

## 공통수학2

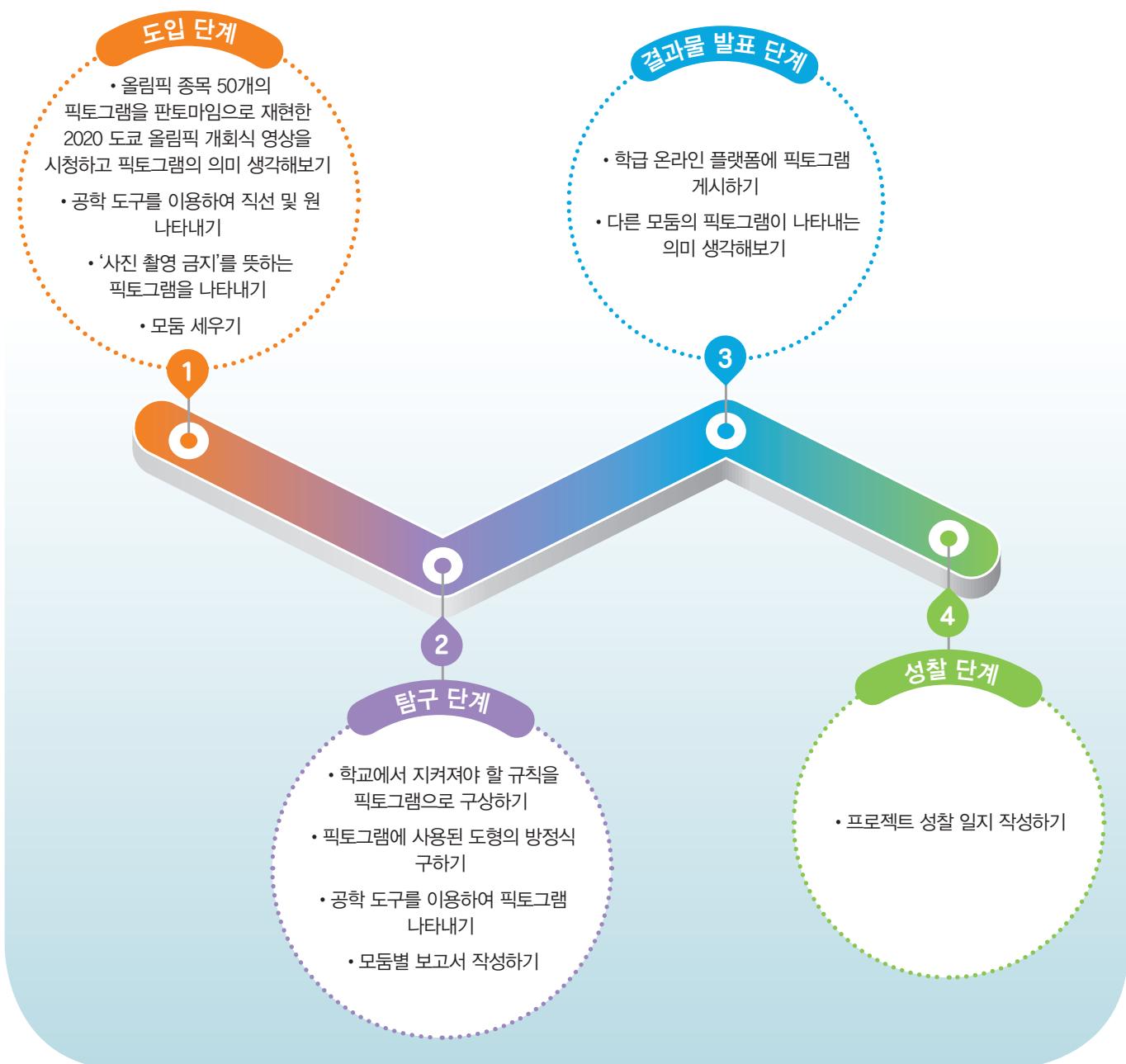
I. 도형의 방정식 | 61

III. 함수와 그래프 | 82

# I

# 도형의 방정식을 활용한 픽토그램 프로젝트

## 1 수업 한눈에 보기



## 2 수업 개요

프로젝트명	도형의 방정식을 활용한 픽토그램 프로젝트		차시	8차시							
2022 개정 교육과정 성취 기준	[10공수2-01-02] 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 탐구하고 이해한다. [10공수2-01-04] 원의 방정식을 구하고, 그래프를 그릴 수 있다.										
수학과 핵심 역량	<input checked="" type="checkbox"/> 문제해결 역량 <input checked="" type="checkbox"/> 연결 역량		<input checked="" type="checkbox"/> 추론 역량 <input checked="" type="checkbox"/> 정보처리 역량								
탐구 질문	학교에서 지켜져야 할 규칙을 픽토그램으로 어떻게 나타낼 수 있을까?										
수행 과제	학습 목표	1. 도형을 방정식으로 표현하고 픽토그램으로 나타내는 활동을 하면서 수학에 대한 흥미와 관심을 가지게 된다. 2. 학교에서 지켜져야 할 규칙을 픽토그램으로 구상하고 공학 도구를 이용하여 나타내는 활동을 통해 도형의 방정식의 유용성을 알게 된다.									
	문제 상황	픽토그램은 불특정 다수의 사람들에게 빠르고 쉽게 동일한 의미로 이해할 수 있도록 조합한 그림을 가리킨다. 직관적인 기호를 통해 문자를 모르더라도 모든 사람들이 같은 종류의 정보를 얻을 수 있게 하는 것이 픽토그램의 목적이다. 우리 학교에 외국 학교의 학생들이 방문하기로 하였을 때, 한국어를 할 줄 모르는 외국 학생들에게 학교에서 지켜져야 할 규칙을 픽토그램으로 알려주는 활동을 진행할 수 있다. 이를 통해 도형의 방정식의 유용성을 깨닫고 수학에 대한 흥미와 관심을 가질 수 있을 것이다.									
	공개할 결과물	모둠별로 학교에서 지켜져야 할 규칙을 한 가지 선정하고 직선 및 원을 이용한 픽토그램을 구상한다. 픽토그램에 사용되는 도형의 방정식을 식으로 나타내고 공학 도구를 이용하여 픽토그램을 나타낸다. 규칙, 사용된 도형의 방정식, 공학 도구로 나타낸 픽토그램 및 입력한 수식을 포함한 화면 캡처, 픽토그램 설명이 포함된 보고서를 작성하여 제출한다.									
	평가 요소	1. 현실적이고 적절한 교칙을 선정하였는가? 2. 픽토그램이 나타내는 정보를 정확하게 표현했는가? 3. 직선의 방정식과 원의 방정식을 모두 사용하여 표현했는가? 4. 픽토그램에 사용된 도형의 방정식이 바르게 표현되었는가? 5. 모둠 활동에 적극적으로 참여하고 협력했는가? 6. 규칙, 사용된 도형의 방정식, 공학 도구로 나타낸 픽토그램 및 입력한 수식을 포함한 화면 캡처, 픽토그램 설명을 포함하여 보고서를 작성했는가?									
	도입단계	• 올림픽 종목 50개의 픽토그램을 판토마임으로 재현한 2020 도쿄 올림픽 개회식 영상을 시청하고 픽토그램의 의미 생각해보기 • 공학 도구를 이용하여 직선 및 원 나타내기 • ‘사진 촬영 금지’를 뜻하는 픽토그램  를 나타내기 • 모둠 세우기									
	수업의 흐름	<p style="text-align: center;">↓</p> <table border="1"> <tr> <td>학교에서 지켜져야 할 규칙을 픽토그램으로 구상하기</td> <td>• 픽토그램으로 나타낼 교칙 정하기 • 직선 및 원을 이용한 픽토그램 구상하기</td> </tr> <tr> <td>픽토그램에 사용된 도형의 방정식 구하기</td> <td>• 픽토그램에 사용된 직선 및 원의 방정식 구하기 • 픽토그램에 사용된 직선 및 원의 교점을 구하여 방정식의 범위 구하기</td> </tr> <tr> <td>공학 도구를 이용하여 픽토그램 나타내기</td> <td>• 공학 도구를 이용하여 직선 및 원의 방정식 그리기 • 선 색 및 선 두께를 수정하여 픽토그램 완성하기</td> </tr> <tr> <td>모둠별 보고서 작성하기</td> <td>• 규칙, 사용된 도형의 방정식, 공학 도구로 나타낸 픽토그램 및 입력한 수식을 포함한 화면 캡처, 픽토그램 설명이 포함된 보고서 작성하기</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">↓</p>			학교에서 지켜져야 할 규칙을 픽토그램으로 구상하기	• 픽토그램으로 나타낼 교칙 정하기 • 직선 및 원을 이용한 픽토그램 구상하기	픽토그램에 사용된 도형의 방정식 구하기	• 픽토그램에 사용된 직선 및 원의 방정식 구하기 • 픽토그램에 사용된 직선 및 원의 교점을 구하여 방정식의 범위 구하기	공학 도구를 이용하여 픽토그램 나타내기	• 공학 도구를 이용하여 직선 및 원의 방정식 그리기 • 선 색 및 선 두께를 수정하여 픽토그램 완성하기	모둠별 보고서 작성하기
학교에서 지켜져야 할 규칙을 픽토그램으로 구상하기	• 픽토그램으로 나타낼 교칙 정하기 • 직선 및 원을 이용한 픽토그램 구상하기										
픽토그램에 사용된 도형의 방정식 구하기	• 픽토그램에 사용된 직선 및 원의 방정식 구하기 • 픽토그램에 사용된 직선 및 원의 교점을 구하여 방정식의 범위 구하기										
공학 도구를 이용하여 픽토그램 나타내기	• 공학 도구를 이용하여 직선 및 원의 방정식 그리기 • 선 색 및 선 두께를 수정하여 픽토그램 완성하기										
모둠별 보고서 작성하기	• 규칙, 사용된 도형의 방정식, 공학 도구로 나타낸 픽토그램 및 입력한 수식을 포함한 화면 캡처, 픽토그램 설명이 포함된 보고서 작성하기										
결과물 발표단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 학급 온라인 플랫폼에 픽토그램 게시하기</li> <li>• 다른 모둠의 픽토그램이 나타내는 의미 생각해보기</li> </ul> <p style="text-align: center;">↓</p>										
성찰단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 프로젝트 성찰 일지 작성하기</li> </ul>										

### 3 차시별 교수·학습 과정안

단계	차시	교수·학습 활동	유의사항
탐 구 단 계	도입단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 올림픽 종목 50개의 픽토그램을 판토마임으로 재현한 2020 도쿄 올림픽 개회식 영상을 시청하고 픽토그램의 의미 생각해보기</li> <li>• 공학 도구를 이용하여 직선 및 원 나타내기</li> <li>• ‘사진 촬영 금지’를 뜻하는 픽토그램을 나타내기</li> <li>• 모둠 세우기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 픽토그램의 의미를 생각해보고 픽토그램이 사용되는 장소에 대해 이야기를 나누어 본다.</li> <li>• 외국 학생이 학교에 방문하는 상황을 설정하여 프로젝트 참여에 의미를 부여한다.</li> <li>• ‘사진 촬영 금지’를 뜻하는 픽토그램을 나타내 어보면서 공학 도구를 이용하여 직선 및 원의 방정식을 나타내는 방법을 숙지할 수 있도록 안내한다.</li> <li>• 모둠 구성 시 다양한 역할(눈, 입, 손, 귀)을 고려하여 균형 있게 구성한다.</li> </ul>
	학교에서 지켜져야 할 규칙을 픽토그램으로 구상하기	1 <ul style="list-style-type: none"> <li>• 픽토그램으로 나타낼 교칙 정하기</li> <li>• 직선 및 원을 이용한 픽토그램 구상하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 픽토그램을 구상할 시 가능한 한 직선과 원만을 사용하여 구상하되 부득이한 경우 다른 도형 또는 그림을 사용할 수 있다.</li> <li>• 다른 도형이 사용될 때는 선생님의 도움을 받을 수 있다.</li> <li>• 그림이 사용될 때는 필요한 이미지를 준비할 수 있다.</li> </ul>
	픽토그램에 사용된 도형의 방정식 구하기	1 <ul style="list-style-type: none"> <li>• 픽토그램에 사용된 직선 및 원의 방정식 구하기</li> <li>• 픽토그램에 사용된 직선 및 원의 교점을 구하여 방정식의 범위 구하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 픽토그램의 크기는 한 변의 길이가 20을 넘지 않도록 한다.</li> <li>• 도형의 교점을 구할 때는 소숫점 아래 첫째 자리까지 구한다.</li> </ul>
	공학 도구를 이용하여 픽토그램 나타내기	1 <ul style="list-style-type: none"> <li>• 공학 도구를 이용하여 직선 및 원의 방정식 그리기</li> <li>• 선 색 및 선 두께를 수정하여 픽토그램 완성하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 공학 도구를 이용하여 직선 및 원을 정확하게 나타내도록 안내하고 원하는 그림이 아닐 경우 도형의 방정식을 수정할 수 있도록 안내한다.</li> <li>• 픽토그램의 색의 의미를 생각하여 선 색을 수정하도록 지도한다.</li> <li>• 그림이 사용될 때는 이미지를 업로드하는 방법을 안내한다.</li> </ul>
	모둠별 보고서 작성하기	1 <ul style="list-style-type: none"> <li>• 규칙, 사용된 도형의 방정식, 공학 도구로 나타낸 픽토그램 및 입력한 수식을 포함한 화면 캡처, 픽토그램 설명이 포함된 보고서 작성하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 보고서 작성 시 규칙, 사용된 도형의 방정식, 공학 도구로 나타낸 픽토그램 및 입력한 수식을 포함한 화면 캡처, 픽토그램 설명을 포함하도록 지도한다.</li> <li>• 사용된 도형의 방정식을 작성할 때 필요한 경우에는 반드시 범위를 포함하여 작성하도록 지도한다.</li> </ul>
	토론 및 결과 공유하기	1 <ul style="list-style-type: none"> <li>• 학급 온라인 플랫폼에 픽토그램 게시하기</li> <li>• 다른 모둠의 픽토그램이 나타내는 의미 생각해 보기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 학급 온라인 플랫폼에 픽토그램을 게시할 때는 보고서에 포함된 다른 내용은 제외하고 픽토그램이 사용되는 장소와 픽토그램만 게시하도록 안내한다.</li> <li>• 다른 모둠의 픽토그램이 나타내는 의미를 생각해보고 댓글을 달도록 지도한다.</li> </ul>
	성찰단계	1 <ul style="list-style-type: none"> <li>• 프로젝트 성찰 일지 작성하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 성찰 일지를 통해 개인과 모둠의 성장을 확인하고, 프로젝트 개선 방안을 도출한다.</li> </ul>

## 4 수행평가 채점 기준표(배움 확인표)

평가요소	배점	채점 기준
픽토그램이 규칙을 적절하게 표현하고 있는가?	5	모든 다른 모둠이 픽토그램이 나타내는 규칙을 정확하게 받아들임.
		일부 다른 모둠이 픽토그램이 나타내는 규칙을 정확하게 받아들였으나 일부의 경우 다른 의미로 받아들임.
		모든 다른 모둠이 픽토그램이 나타내는 규칙을 다른 의미로 받아들임.
픽토그램에 사용된 도형의 방정식이 적절한가?	5	픽토그램에 직선 및 원의 방정식이 모두 적절하게 사용됨.
		픽토그램에 직선 또는 원의 방정식이 적절하게 사용됨.
		픽토그램에 사용된 도형의 방정식이 적절하지 않음.
공학 도구에 수식이 정확하게 입력되어 있는가?	5	공학 도구에 입력된 수식이 모두 정확함.
		공학 도구에 입력된 수식이 대체로 정확하나 일부 오류가 있음.
		공학 도구에 수식을 입력하는 데에 어려움이 있음.
보고서가 체계적으로 정리되어 있는가?	5	보고서에 규칙, 사용된 도형의 방정식, 공학 도구로 나타낸 픽토그램 및 입력한 수식을 포함한 화면 캡처, 픽토그램 설명이 모두 체계적으로 정리되어 있음.
		보고서에 규칙, 사용된 도형의 방정식, 공학 도구로 나타낸 픽토그램 및 입력한 수식을 포함한 화면 캡처, 픽토그램 설명 중 2가지 이상이 체계적으로 정리되어 있음.
		규칙, 사용된 도형의 방정식, 공학 도구로 나타낸 픽토그램 및 입력한 수식을 포함한 화면 캡처, 픽토그램 설명이 체계적으로 정리되어 있지 않음.
다른 모둠의 픽토그램이 나타내는 의미에 대해 적절한 댓글을 적었는가?	5	다른 모둠의 픽토그램이 나타내는 의미를 진지하게 고민하고 적절한 댓글을 적음.
		다른 모둠의 픽토그램이 나타내는 의미에 대해 대체로 적절한 댓글을 적음.
		의도적으로 다른 모둠의 픽토그램이 나타내는 의미에 대해 부적절한 댓글을 적음.
모둠 활동에 적극적으로 참여했는가?	5	규칙 설정하기, 픽토그램 구상하기, 도형의 방정식 구하기, 공학 도구로 나타내기, 보고서 작성하기 등 모둠 활동에 적극적으로 참여하고 모든 활동에서 의견을 제시함.
		모둠 활동에 적극적으로 참여하고자 노력했으며 각 활동 중 2회 이상 의견을 제시함.
		모둠 활동에 참여했으나 자신의 의견을 제시하지 않음.
프로젝트 성찰 일지를 충실히 작성하였는가?	5	프로젝트 전 과정을 깊이 있게 성찰하고, 개선점을 구체적으로 제시함.
		프로젝트 수행 과정을 기본적으로 성찰하고 일반적인 개선점을 제시함.
		프로젝트 성찰이나 개선점 제시에 어려움이 있음.

\*잘함(5), 보통(3.5), 노력 필요(2)

## 5 교과 세부능력 특기사항 기록 예시

〈도형의 방정식을 활용한 픽토그램 프로젝트〉에서 픽토그램의 의미를 이해하고 학교에 방문하는 외국 학생들을 위한 픽토그램을 만들어 교칙을 알려주는 활동을 함. 직선 및 원의 방정식을 정확하게 이해하고 픽토그램에 이를 사용하였으며 공학 도구를 활용하여 창의적인 픽토그램을 디자인하여 큰 호응을 얻었음. 픽토그램을 그리고 픽토그램에 사용되는 도형을 식으로 나타내보는 활동을 하면서 도형의 방정식의 유용성을 깨닫고 수학에 대한 흥미와 관심을 키우게 됨. 스스로 만든 도형을 좌표평면에 옮기기 위해 식으로 나타내는 과정에서 도형의 교점 구하기, 평행이동 등에 대해 깊은 이해를 보여주었으며 정확한 수식을 사용하여 픽토그램의 완성도를 높임. 규칙 선정하기, 픽토그램 구상하기, 도형의 방정식 구하기, 공학 도구로 나타내기, 보고서 작성하기 등의 모든 모둠 활동에 적극적으로 참여하고 주체적, 능동적인 태도를 보여줌. 프로젝트 성찰 일지를 작성하면서 프로젝트 전 과정을 깊이 있게 성찰하였으며 자신, 모둠 활동, 프로젝트에 대한 발전적인 방향에 대해 구체적으로 제시함.

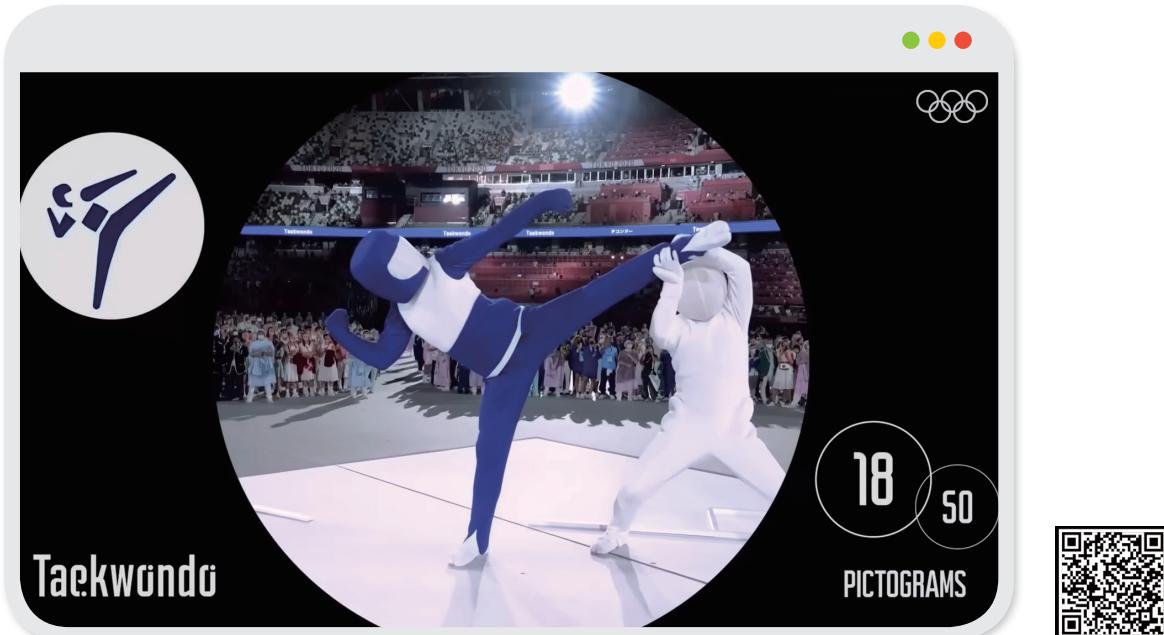
## 6 수업자료 및 활동지

### 도입 단계

#### ● 2020 도쿄 올림픽 개회식 영상을 시청하고 픽토그램의 의미 생각해보기

■ 올림픽 종목 50개의 픽토그램을 판토마임으로 재현한 2020 도쿄 올림픽 개회식 영상을 시청하고, 질문에 답하며 픽토그램의 의미와 목적을 생각해 봅시다.

1 다음 영상을 보고, 내가 생각하는 픽토그램의 의미와 목적을 적어 봅시다.



<https://youtu.be/l9uVg-feZoM>

장소	이유
----	----

2 내가 생각하는 픽토그램의 의미와 목적에 맞추어 픽토그램이 필요한 장소와 그렇게 생각한 이유를 적어 봅시다.

장소	이유

**3** 픽토그램의 예시를 보고 픽토그램에 사용되는 색의 의미를 생각해 봅시다.

색	예시	색의 의미
빨간색		
노란색		
초록색		
파란색		

## ● 픽토그램 공모전 참여하기

- 다음은 학생회에서 게시한 픽토그램 공모전 홍보 포스터입니다.

〈픽토그램 공모전 홍보 포스터〉

### 2024 ○○고등학교에서 지켜져야 할 규칙 픽토그램 공모전



#### 한국 국가표준 및 ISO 국제표준으로 정해진 비상구 픽토그램

2024년 7월, 미국의 ○○학교 학생들이 본교에 방문합니다.  
이 학생들이 우리 학교에서 지켜야 할 규칙을 픽토그램으로 만들어주세요.  
○○고 학생 여러분의 많은 관심과 참여 부탁드립니다.

#### 공모 주제

우리 학교에서 지켜져야 할 규칙을 나타내는 픽토그램

#### 응모 자격

○○고등학교 학생이라면 누구나

#### 공모 조건

- 반드시 공학 도구를 사용하여 나타낸다.
- 직선 및 원의 방정식을 사용하여 나타낸다.
- 픽토그램의 크기는 한 변의 길이가 20을 넘지 않도록 한다.
- 필요한 경우 이미 완성되어 있는 이미지를 이용할 수 있으나 이 경우 반드시 출처를 기재한다.

#### 제출 방법

- ▶ 학급별 온라인 플랫폼에서 양식 다운로드
- ▶ 공모 조건에 맞게 공모작 완성
- ▶ 학급별 온라인 플랫폼에 업로드

#### 공모 일정

- 2024.07.00.(수)~07.00.(월)
- 학급별 우수작 게시 : 2024.07.00.(수) 급식실 앞 예정
- 학급별 우수작 중 전교생의 투표로 최종 우수작 선발

#### 시상 내역

- 최우수(1명) : 미국 학생들의 기념품 2종
- 우수(3명) : 미국 학생들의 기념품 1종

#### 문의

- 학생회 ○○○, ○○○, ○○○
- 1학년 수학 교과 담당 선생님

- 1 우리 학교에서 지켜져야 할 규칙을 3가지 생각해보고, 간단하게 픽토그램을 구상해 봅시다.

규칙	픽토그램

- 2 여러분이 픽토그램 공모전에 참여하기 위해 알아야 하는 수학적 지식이 무엇이 있을까요?

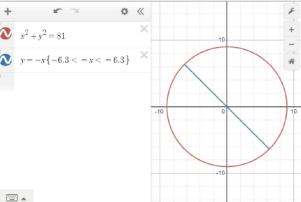
## ● 공학 도구를 이용하여 직선 및 원 나타내기

1 다음의 순서를 따라 실행해보고 화면에 나타나는 결과를 적어봅시다.

1. www.desmos.com에서 [그래프 계산기]를 클릭한다.
2. 수식 입력창에 ' $y=-x$ '를 입력한다.
3. 수식 입력창에 ' $y=-x \{-6.3 \leq x \leq 6.3\}$ '을 입력한다.
4. 수식 입력창에 ' $x^2+y^2=81$ '을 입력한다.
5. 수식 입력창에 ' $x^2+(y+1)^2=10$ '을 입력한다.
6. 템 을 길게 눌러 선 색을 바꾸고, 선 두께의 수치를 바꾸어 본다.

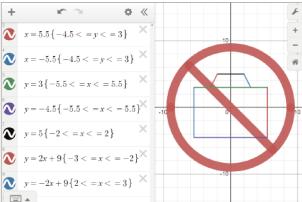
## 2 교과서 50쪽~51쪽을 참고하여 ‘사진 촬영 금지’를 뜻하는 픽토그램 을 공학 도구를 이용하여 나타내 봅시다.

**①** 'x^2+y^2=81'을 입력하면 원  $x^2+y^2=81$ 이 나타나고, ' $y=-x \{ -6.3 \leq x \leq 6.3 \}$ '을 입력하면  $-6.3 \leq x \leq 6.3$ 에서 직선  $y = -x$ 가 나타난다.

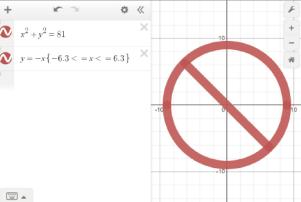


**①** 다음의 식을 입력하여 카메라의 외형을 나타낸다.

$x=5.5 \{ -4.5 \leq y \leq 3 \}$   
 $x=-5.5 \{ -4.5 \leq y \leq 3 \}$   
 $y=3 \{ -5.5 \leq x \leq 5.5 \}$   
 $y=-4.5 \{ -5.5 \leq x \leq 5.5 \}$   
 $y=5 \{ -2 \leq x \leq 2 \}$   
 $y=2x+9 \{ -3 \leq x \leq -2 \}$   
 $y=-2x+9 \{ 2 \leq x \leq 3 \}$

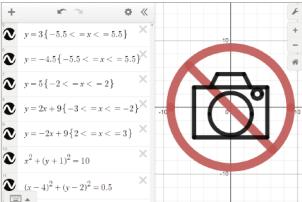


**②** 템 을 길게 눌러 선 색을 바꾸고, 선 두께의 수치를 20으로 바꾸어 그림의 선을 짧간색의 두꺼운 선으로 바꾼다.

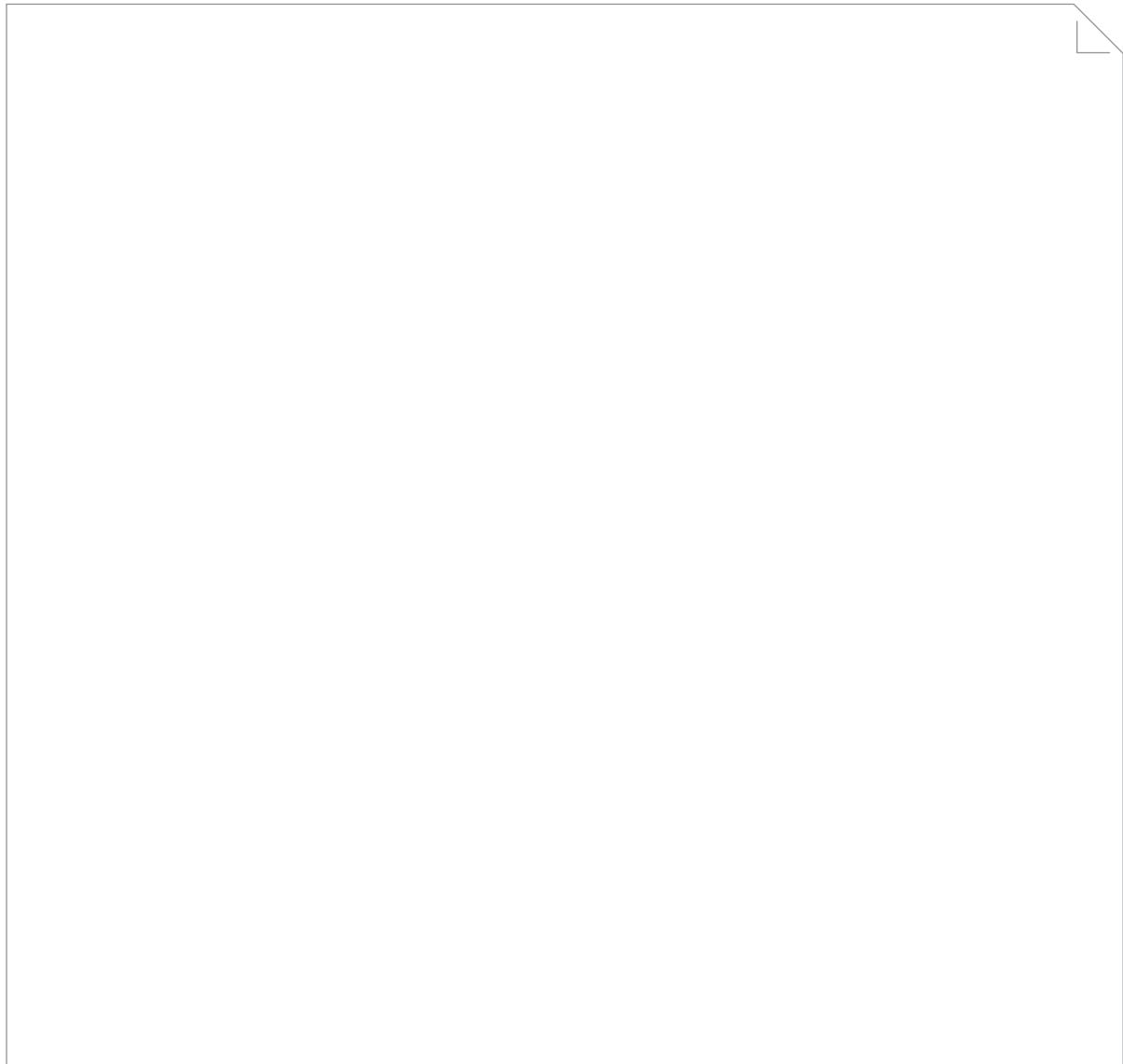


**②** 다음 식을 입력하여 카메라의 나머지 부분을 나타낸다.

$x^2+(y+1)^2=10$   
 $(x-4)^2+(y-2)^2=0.5$



**③** 템 을 길게 눌러 카메라 선 색을 모두 검은색으로 바꾸고 선 두께 수치를 조정한다.



## ● 모둠 세우기

■ 선생님과 모둠 구성 방법을 논의하고, 프로젝트를 함께할 모둠원을 반갑게 만나 봅시다.

### 1 선생님이 제안하는 모둠 구성 방법을 확인하고, 생각을 더해 봅시다.

- ① 첫 시간에 자신이 구상한 픽토그램을 교실에 게시하고, 가장 마음에 드는 픽토그램에 스티커를 붙여 상위 6개의 픽토그램을 선정한다.
- ② ①에서 선정된 6명을 '아끔이'로 선정한다.
- ③ '아끔이' 역할을 맡은 학생 6명은 스티커를 많이 받은 학생 순서로 '계산이' 역할을 뽑는다.
- ④ '아끔이'와 '계산이' 짹꿍은 서로 논의하여 스티커를 많이 받은 학생 순서로 '공학이'와 '기록이' 역할을 뽑아 4인 1모둠을 완성한다.
- ⑤ 반갑게 인사를 나누고 토의를 통해 각자의 역할을 구체화한다. 각자의 역할은 모둠별로 다를 수 있다.

### 2 모둠원을 만나 모둠 이름을 정하고 역할을 나누어 봅시다.

#### 모둠 이름

(모둠원의 공통점, 공동의 목표 등을 활용해 보세요.)

역할	모둠원 이름(학번)
<ul style="list-style-type: none"><li>• 아끔이: 픽토그램을 디자인할 때 주도적인 역할을 한다. 모둠 토의 시 발표 순서를 정하고 진행하며, 프로젝트의 전반적인 진행 상황을 관리하고 안내한다.</li><li>• 추가 역할:</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• 계산이: 픽토그램에 사용된 도형의 방정식을 찾을 때 주도적인 역할을 하며, 구해야 하는 도형을 다른 모둠원에게 분담하여 주고 수합한다.</li><li>• 추가 역할:</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• 공학이: 공학 도구로 픽토그램을 그릴 때 주도적인 역할을 하며, 공학 도구로 나타낸 픽토그램 및 입력한 수식이 포함된 화면을 캡처하여 기록이에게 전달한다.</li><li>• 추가 역할:</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• 기록이: 프로젝트의 진행 상황을 수합하여 정리하는 역할을 하며, 보고서를 체계적으로 정리한다.</li><li>• 추가 역할:</li></ul>	

## 2 우리 모둠의 ‘성장 가치’를 정하고, 그 가치를 실현하기 위한 모둠 약속을 만들어 봅시다.

### ✚ 성장 가치 핵심어 예시

감사, 경청, 공감, 관심, 긍정, 나눔, 노력, 도전, 믿음, 발전, 배려, 배움, 보람, 보살핌, 사랑, 성실, 솔선수범, 실천, 아름다움, 양보, 우정, 자신감, 재미, 정성, 질서, 책임, 친절, 평화, 함께하기, 행복, 협동, 희망 등

### 우리 모둠의 ‘성장 가치’ 정하기

### ‘성장 가치’를 실현하기 위한 모둠 약속

우리 \_\_\_\_\_ 모둠은 \_\_\_\_\_ 을/를 위해 다음과 같이 약속합니다.

하나, \_\_\_\_\_

둘, \_\_\_\_\_

셋, \_\_\_\_\_

모둠원 이름:	(서명)	모둠원 이름:	(서명)
모둠원 이름:	(서명)	모둠원 이름:	(서명)

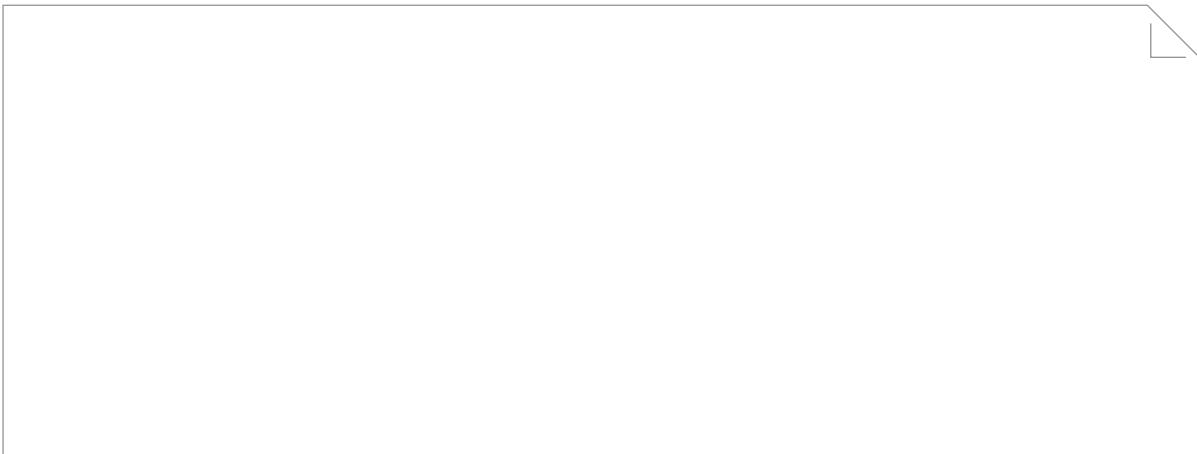
※ ‘모둠 약속’은 되도록 긍정형 문장으로 만드세요.

## 탐구 단계

### ▣ 학교에서 지켜져야 할 규칙을 픽토그램으로 구상하기

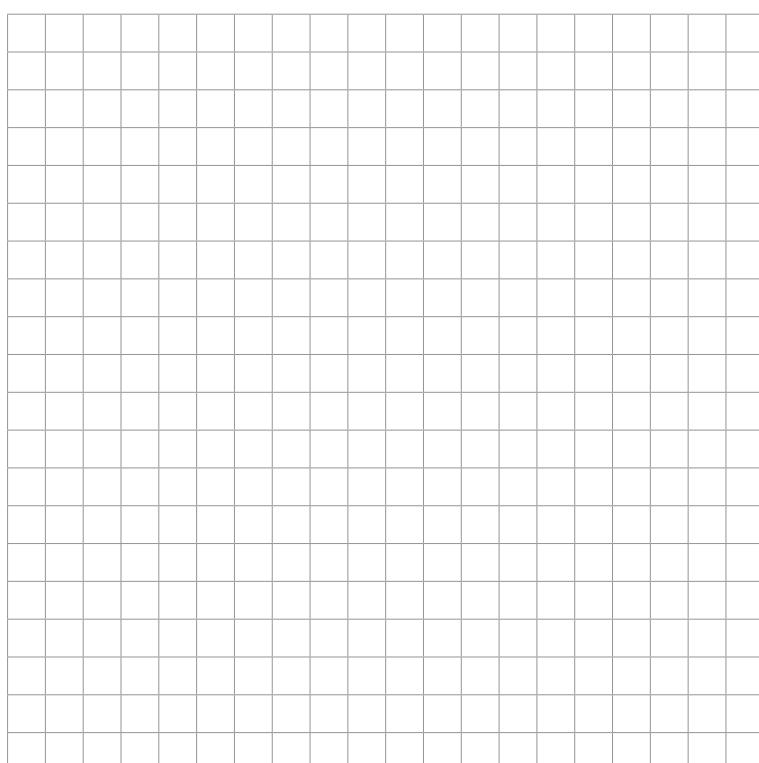
■ 픽토그램으로 나타낼 교칙을 정하고, 직선 및 원을 이용하여 픽토그램을 구상해 봅시다.

- 1 모둠원과 토의하여 학교에서 지켜져야 할 규칙을 한 가지 정해봅시다.



- 2 직선 및 원을 이용하여 선정한 규칙을 나타내는 픽토그램을 구상해보고, 픽토그램을 구성하는 각각의 도형에 번호를 붙여 봅시다.

(주의) 픽토그램은 가능한 한 직선과 원만을 사용하여 구상하되 부득이한 경우 다른 도형 또는 그림을 사용할 수 있습니다.



### ▣ 픽토그램에 사용된 도형의 방정식 구하기

- 픽토그램에 사용된 도형의 방정식을 구하고, 직선 및 원의 교점을 구하여 방정식의 범위를 구해봅시다.  
 (주의) 픽토그램의 크기는 한 변의 길이가 20을 넘지 않도록 합니다.

#### 1 픽토그램에 사용된 도형의 방정식을 구해봅시다.

도형	방정식	범위
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

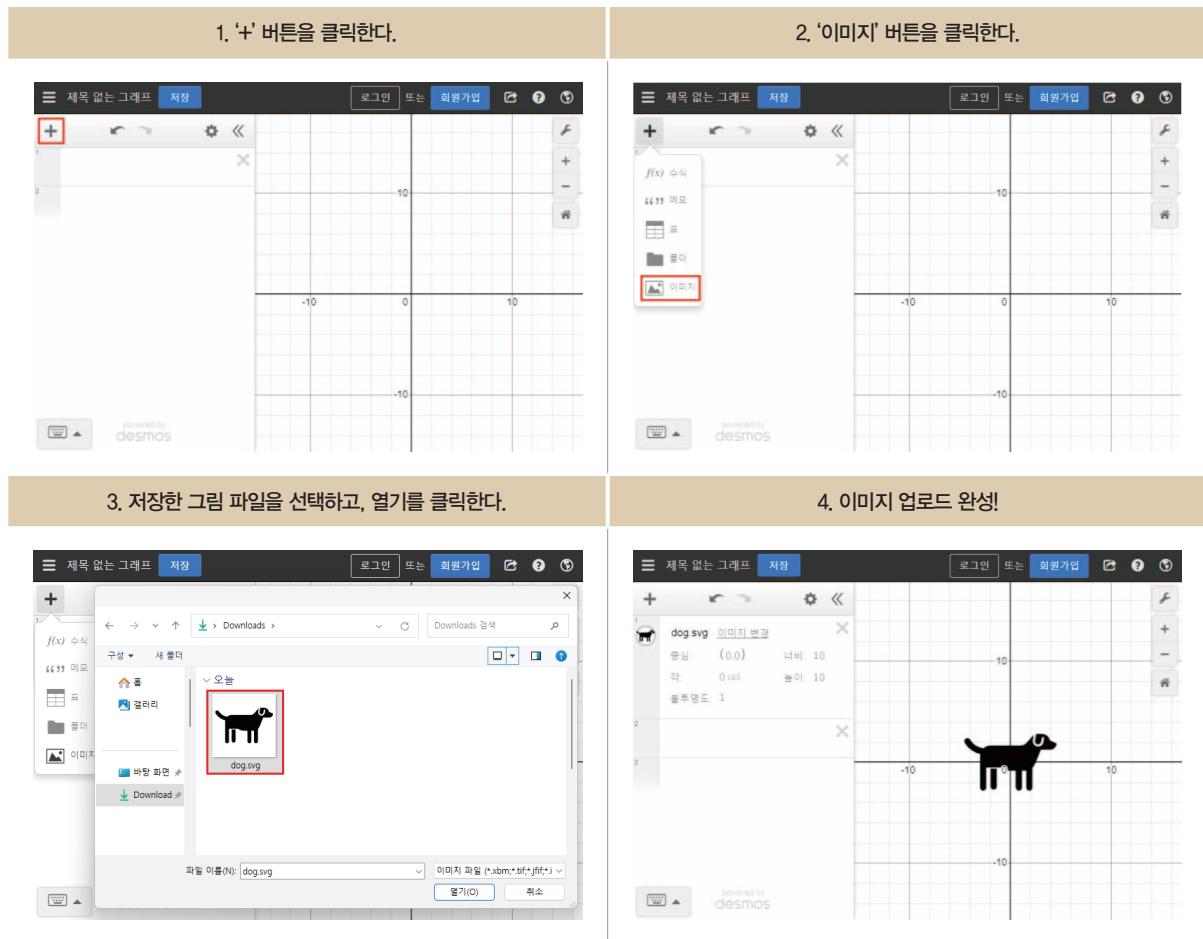
**2** 필요한 경우 픽토그램에 사용된 직선 및 원의 교점을 구하여 아래 표를 완성하고, 구한 교점을 이용하여 방정식의 범위를 구하고 1의 표를 완성해 봅시다.  
(주의) 도형의 교점을 구할 때는 소수점 아래 첫째 자리까지 구합니다.

### ● 공학 도구를 이용하여 픽토그램 나타내기

- 1** 공학 도구를 이용하여 이전 시간에 구한 직선 및 원의 방정식을 그리고, 선 색 및 선 두께를 수정하여 픽토그램을 완성해 봅시다. 픽토그램을 완성한 후에 원하는 그림이 아닐 경우 도형의 방정식을 수정해 봅시다.  
(주의) 픽토그램의 색의 의미를 생각하여 선 색을 수정합니다.

도형	선 색	선 두께	수정한 방정식
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

- 2** 그림이 사용되는 경우, 그림 파일을 저장하고 아래의 순서에 따라 이미지를 업로드해 봅시다.  
(주의) 그림 파일의 출처를 반드시 기재하세요.



사용한 그림 파일의 출처

## ▣ 모둠별 보고서 작성하기

- 아래의 양식에 맞춰 보고서를 작성해 봅시다.

**모둠 이름**

(모둠원의 공통점, 공동의 목표 등을 활용해 보세요.)

역할	모둠원 이름(학번)	실제 역할
이끔이		
계산이		
공학이		
기록이		

피토그램(공학 도구로 나타낸 피토그램 및 입력한 수식을 포함한 화면 캡처)

피토그램이 나타내는 규칙 및 추가 설명

사용된 도형의 방정식(필요한 경우 반드시 범위를 포함하여 작성)

### 결과를 발표 단계

#### ▣ 학급 온라인 플랫폼에 모둠별로 학습 결과물을 게시하고 다른 모둠의 학습 결과물이 나타내는 의미 생각해보기

1 학급 온라인 플랫폼에 모둠별로 학습 결과물을 게시해 봅시다.

(주의) 보고서에 포함된 다른 내용은 제외하고 학습 결과물이 사용되는 장소와 학습 결과만 게시합니다.

2 아래 채점 기준에 유의하여 다른 모둠의 학습 결과물이 나타내는 의미를 생각해보고 모둠별 게시물에 댓글을 적어 봅시다.

평가요소	배점	채점 기준
학습 결과물이 규칙을 적절하게 표현하고 있는가?	5	모든 다른 모둠이 학습 결과물이 나타내는 규칙을 정확하게 받아들임.
		일부 다른 모둠이 학습 결과물이 나타내는 규칙을 정확하게 받아들였으나 일부의 경우 다른 의미로 받아들임.
		모든 다른 모둠이 학습 결과물이 나타내는 규칙을 다른 의미로 받아들임.
다른 모둠의 학습 결과물이 나타내는 의미에 대해 적절한 댓글을 적었는가?	5	다른 모둠의 학습 결과물이 나타내는 의미를 진지하게 고민하고 적절한 댓글을 적음.
		다른 모둠의 학습 결과물이 나타내는 의미에 대해 대체로 적절한 댓글을 적음.
		의도적으로 다른 모둠의 학습 결과물이 나타내는 의미에 대해 부적절한 댓글을 적음.

\*잘함(5), 보통(3.5), 노력 필요(2)

모둠 1 ( )	모둠 2 ( )
모둠 3 ( )	모둠 4 ( )
모둠 5 ( )	모둠 6 ( )

## 성찰 단계

### ● 프로젝트 성찰 일지 작성하기

모둠 이름: \_\_\_\_\_ 학년: \_\_\_\_\_ 반: \_\_\_\_\_ 번호: \_\_\_\_\_ 이름: \_\_\_\_\_

#### 자기 자신에 대하여

이번 프로젝트를 통해 무엇을 배웠나요? (학습 내용)

이번 프로젝트에서 가장 최선을 다한 활동은 무엇인가요?

이번 프로젝트에서 가장 어려웠던 활동은 무엇인가요?  
어려움을 극복하기 위해 어떤 노력을 기울였나요?

이번 프로젝트를 하며 나에게 어떤 변화가 일어났나요?  
이번 프로젝트가 앞으로의 삶에 어떤 도움이 될 거라고 생각하나요?

#### 모둠원에 대하여

이번 프로젝트에서 모둠원의 협력에 가장 많이 기여한 사람은 누구인가요? 구체적인 사례도 적어 주세요.

#### 프로젝트에 대하여

가장 재미있었던 활동은 무엇인가요?

가장 아쉬웠던 활동은 무엇인가요?

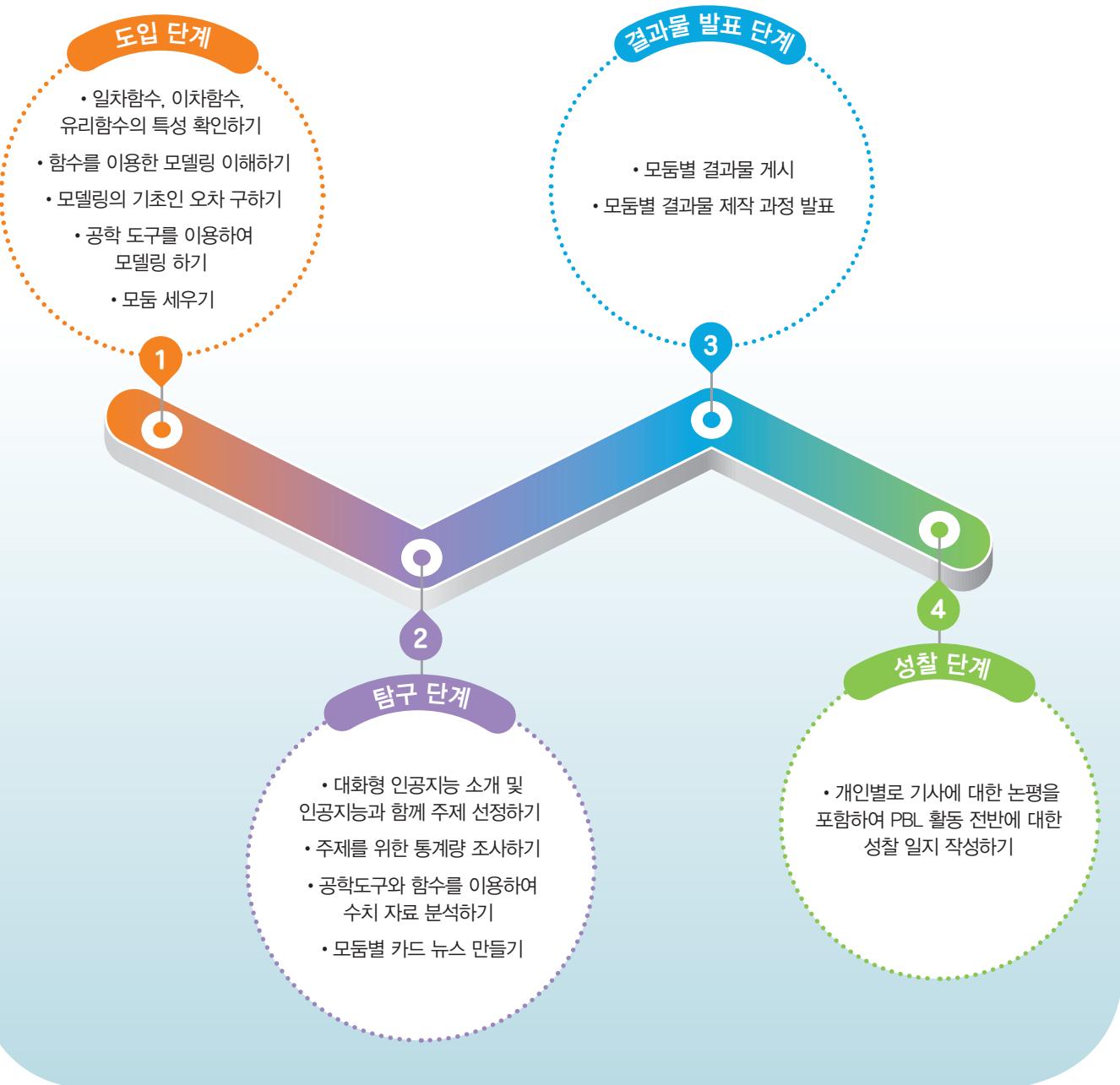
후배들에게 이 프로젝트를 추천하거나 또는 추천하지 않는다면 그 이유가 무엇인가요?

어떻게 하면 선생님이 프로젝트를 더 좋은 방향으로 개선 할 수 있을까요?

# III

## 함수를 활용한 카드 뉴스 프로젝트

### 1 수업 한눈에 보기



## 2 수업 개요

프로젝트명	함수를 활용한 카드 뉴스 프로젝트			차시	7차시	
2022 개정 교육과정 성취 기준	[10공수2-03-01] 함수의 개념을 설명하고, 그 그래프를 이해한다. [10공수2-03-04] 유리함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 탐구할 수 있다.					
수학과 핵심 역량	<input type="checkbox"/> 문제해결 역량 <input type="checkbox"/> 연결 역량	<input type="checkbox"/> 추론 역량 <input type="checkbox"/> 정보처리 역량	<input type="checkbox"/> 의사소통 역량			
탐구 질문	나의 주장을 함수를 이용하여 어떻게 보충할 수 있을까요?					
수행 과제	학습 목표	1. 함수를 이용하여 실생활 자료를 분석하고 함수와 그래프의 유용성을 인식할 수 있다. 2. 대화형 인공지능 탐구 과정의 발판으로 삼아 주도적인 탐구 활동을 수행할 수 있다.				
	문제 상황	우리가 살아가는 사회에서는 다양한 문제가 발생하고 있다. 이러한 문제에 대한 의견 및 해결 방안에 대한 근거도 집단에 따라 다양하게 제시되고 있다. 이러한 문제상황의 토론에서 수치 자료를 함수로 분석하여 근거로 제시하는 것은 객관적인 지표로 활용될 수 있다.				
	공개할 결과물	1. 모둠별 카드 뉴스 2. 기사 작성에 사용한 수치 자료 3. 수치 자료를 모델링한 함수				
	평가 요소	1. 내용평가 – 적절한 주제를 설정했는가? – 뉴스 작성에 필요한 적절한 수치 자료를 수집하였는가? – 수집한 수치 자료를 함수를 이용하여 적절하게 분석하였는가? – 뉴스를 가독성 있게 작성하였는가? 2. 활동평가 – 모둠 활동에 적극적으로 참여하고 협력했는가? – 프로젝트 성과 일지를 효과적으로 작성하고 발표했는가?				
	도입단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>여러 가지 함수와 그 그래프의 특성 이해하기</li> <li>함수를 이용한 모델링의 과정 이해하기</li> <li>모델링의 기초인 오차 구하기</li> <li>공학 도구를 이용하여 모델링 하기</li> <li>모둠 세우기</li> </ul>				
수업의 흐름	탐구단계	주제 선정하기	<ul style="list-style-type: none"> <li>대화형 인공지능 소개하기</li> <li>인공지능을 활용하여 모둠별 주제 선정하기</li> <li>뉴스 작성을 위한 예비 수치 자료 조사 진행하기</li> </ul>			
		준비하기	<ul style="list-style-type: none"> <li>자료로 쓸 수치 자료 확정하기</li> <li>수치 자료를 함수로 모델링 하기</li> <li>함수를 이용하여 미래 상황 예측하기</li> </ul>			
		작성하기	<ul style="list-style-type: none"> <li>미래 예측을 근거로 뉴스 초안 만들기</li> <li>가독성이 잘 드러나도록 카드 뉴스 만들기</li> </ul>			
결과물 발표단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>모둠별 카드 뉴스를 전시하고 공유시간 갖기</li> <li>모둠별 결과물 작성 과정 설명하기 및 질의 응답시간 갖기</li> <li>다른 모둠의 보고서에 칭찬 한마디씩 하기</li> </ul>					
	성찰단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>PBL 활동 전반에 대한 성찰 일지 작성하기</li> </ul>				

### 3 차시별 교수·학습 과정안

단계	차시	교수·학습 활동	유의사항
도입단계	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>여러 가지 함수와 그 그래프의 특성 이해하기</li> <li>수치 자료를 여러 가지를 함수를 활용하여 분석하기</li> <li>프로젝트의 의의를 이해하고 과정을 계획하기</li> <li>모둠 편성하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>일차함수, 이차함수, 유리함수를 이용하여 여러 가지 함수의 특성을 비교한다.</li> <li>함수를 이용한 모델링에서 공학적 도구를 활용한다.</li> </ul>
탐 구 단 계	주제 선정하기	<ul style="list-style-type: none"> <li>탐구계획서 작성하기</li> <li>대화형 인공지능 소개하기</li> <li>인공지능을 활용하여 모둠별 주제 선정하기</li> <li>시범적으로 수치 자료 조사 하기 및 수치 자료 수집 계획 세우기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>모둠별 주제 선정에서 대화형 인공지능의 도움으로 최소 1인 1주제를 제시하고 대화할 수 있도록 지도한다.</li> </ul>
	기사 작성 준비하기	<ul style="list-style-type: none"> <li>자료로 쓸 수치 자료 확정하기</li> <li>공학적 도구를 활용하여 수치 자료를 함수로 모델링 하기</li> <li>모델링한 함수로 미래 상황 예측하기</li> <li>뉴스 방향 설정하고 관련 자료 수집 계획 세우기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>모둠별로 유리함수를 포함하여 2개의 서로 다른 모델링을 할 수 있도록 지도</li> <li>모둠별로 다양한 수치 자료를 사전에 준비하여 다양하게 함수를 모델링 할 수 있도록 지도한다.</li> </ul>
	신문 기사 만들기	<ul style="list-style-type: none"> <li>수집한 자료 및 미래 예측을 근거로 기사 초안 만들기</li> <li>가독성이 잘 드러나도록 카드 뉴스 만들기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>동일한 자료로 서로 다른 모델링을 수행하여 다른 방향의 기사를 작성하여도 된다.</li> <li>기사에 원본 데이터, 모델링 방법, 미래 예측 등이 드러나게 작성하게 지도한다.</li> </ul>
결과물 발표단계	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>카드뉴스 전시회</li> <li>모둠별 기사 작성 과정 설명하기 및 질의 응답 시간 갖기</li> <li>다른 모둠의 보고서에 칭찬 한마디씩 하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>비판보다는 궁금증을 해결하고 칭찬이 난무하는 질의 응답 시간이 되도록 지도한다.</li> </ul>
성찰단계	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>PBL 활동 전반에 대한 성찰 일지 작성하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>기사로 드러난 주제에 학생들 개별로 생각해 볼 수 있도록 지도한다.</li> </ul>

## 4 수행평가 채점 기준표(배움 확인표)

평가요소	배점	채점 기준
도입활동: 함수의 특성과 모델링 기법	5	여러 가지 함수의 특성을 비교하여 이해하고 공학도구를 이용하여 여러 가지 자료를 함수로 모델링함.
		여러 가지 함수의 특성을 비교하여 이해하고 모델링의 의미를 이해함.
		적어도 한 가지 함수의 특성을 이해함.
탐구활동1: 뉴스 작성을 위한 주제 탐색	5	주제 탐색에 적극적으로 참여하며, 수치 자료를 활용하기 위한 적절한 주제를 제시함.
		주제 탐색에 참여하며, 수치 자료가 필요한 주제를 제시함.
		주제 탐색에 어려움을 느끼며 적절한 주제를 제시하기 어려움.
탐구활동2: 수치 자료 준비 및 공학도구를 활용하여 모델링하기	5	공학 도구를 활용하여 주제에 적합한 수치 자료를 모델링하고 이를 토대로 미래 상황을 적절히 예측함.
		공학 도구를 활용하여 수치 자료를 모델링하고 이를 토대로 미래 상황을 예측함.
		수치 자료를 모델링하기에 어려움이 있음.
탐구활동3: 조사 자료를 바탕으로 뉴스 만들기	5	조사 자료를 바탕으로 설득력 있는 내용을 만들고 가독성 좋은 카드 뉴스를 제작함.
		조사 자료를 바탕으로 설득력 있는 내용을 만들거나 가독성 좋은 카드 뉴스를 제작함.
		조사 자료를 바탕으로 카드 뉴스를 제작함.
발표활동: 카드 뉴스의 완성도	5	활동 결과를 명확하고 논리적으로 발표하며, 청중을 효과적으로 설득함.
		활동 결과를 기본적으로 발표하고 설명함.
		결과 발표나 청중과의 소통에 어려움이 있음.
성찰활동: 프로젝트 수행에 대한 비판적 성찰	5	프로젝트 전 과정을 깊이 있게 성찰하고, 개선점을 구체적으로 제시함.
		프로젝트 수행 과정을 기본적으로 성찰하고 일반적인 개선점을 제시함.
		프로젝트 성찰이나 개선점 제시에 어려움이 있음.

\*잘함(5), 보통(3.5), 노력 필요(2)

## 5 교과 세부능력 특기사항 기록 예시

〈함수를 활용한 카드 뉴스 프로젝트〉에서 여러 가지 함수의 특성을 비교 학습하고 수치 자료를 공학적 도구를 활용하여 함수로 모델링하는 기법을 배움. 이를 토대로 동네의 연도별 쓰레기량에 대한 자료를 조사하고 이를 모델링하여 향후 10년 후의 쓰레기 문제에 대한 카드 뉴스를 제작함. 미래 상황에 대한 예측과 더불어 이를 해결하기 위한 여러 가지 개선 방향 및 정책들에 대한 아이디어를 제시함. 준비한 자료 및 기사 내용을 독자들이 이해하기 쉽고 알아보기 쉬운 디자인의 카드 뉴스로 작성함. 수업 이후 각 함수로 모델링하기 쉬운 수치 자료란 무엇인가에 대한 고민을 하게 되고 이에 대한 관련 도서를 팀독하고 추가적인 자율 탐구를 진행하여 학기말에 자율 발표 시간을 가짐.

## 6 수업자료 및 활동지

### 도입 단계

#### ● 수학적 모델링에 관한 읽기 자료를 통해 함수를 통해 세상을 해석하는 방식에 대하여 알아봅시다.

- 다음은 대화형 인공지능에게 ‘수학적 모델링’에 대하여 물어본 내용이다. 제시된 예시를 바탕으로 (가)에 해당하는 수학적 언어란 무엇인지 이야기해보자.

수학적 모델링은 현실 세계의 문제를 수학적인 형태로 표현하는 과정입니다. 이를 통해 복잡한 시스템이나 현상을 이해하고 분석하며 예측할 수 있습니다. 간단히 말해, 실제 상황을 (가)수학적 언어로 바꾸어 설명하는 것입니다.

#### 1. 문제 정의

- 목표: 과거 데이터를 기반으로 미래의 자동차 판매량 예측

#### 2. 데이터 예시

- 판매량 데이터 (단위: 천 대)
  - 2010: 150
  - 2011: 165
  - 2012: 172
  - 2013: 178
  - 2014: 190

#### 3. 다항함수 모델링

- 2차 다항함수  $y=ax^2+bx+c$ 로 모델링
  - $x=연도-2010$ 으로 변환

#### 4. 모델 계산

- 예:  $y=2x^2+5x+150$

#### 5. 예측

- 2015년 예측:  $x=5$ 
  - $y=2(5^2)+5(5)+150=225$ (225,000대)

● 여러 가지 함수의 그래프의 특징을 비교하고 이를 통해 모델링에 적합한 함수의 형태를 생각해 봅시다.

- 함수  $y=f(x)$ 에서  $f(x)$ 가  $x$ 에 대한 일차식일 때, 이 함수를 일차함수라고 한다. 즉, 정의역이 실수 전체의 집합이고  $f(x)=ax+b$  ( $a, b$ 는 상수,  $a \neq 0$ )으로 나타내어지는 함수이다. 일차함수와 그 그래프의 특성을 아는 대로 적어보자.

III

- 함수  $y=f(x)$ 에서  $f(x)$ 가  $x$ 에 대한 이차식일 때, 이 함수를 이차함수라고 한다. 즉, 정의역이 실수 전체의 집합이고  $f(x)=ax^2+bx+c$  ( $a, b, c$ 는 상수,  $a \neq 0$ )으로 나타내어지는 함수이다. 이차함수와 그 그래프의 특성을 아는 대로 적어보자.

- 
- 함수  $y=f(x)$ 에서  $f(x)$ 가  $x$ 에 대한 유리식일 때, 이 함수를 유리함수라고 한다. 특히,  $f(x)$ 가  $x$ 에 대한 다항식일 때, 이 함수를 다항함수라고 한다. 유리함수 중  $f(x)=\frac{k}{x+p}+q$  ( $k, p, q$ 는 상수,  $k \neq 0$ )으로 나타내어지는 함수와 그 그래프의 특성을 아는 대로 적어보자.



### ● 모델링의 기초가 되는 오차에 대한 내용을 익혀보자.

- 다음은 주어진 자료를 모델링할 때 사용하는 주요한 개념인 ‘오차’에 대한 내용이다.

모델링에서 오차를 다루는 방법은 모델(함수)의 정확성을 평가하고 개선하기 위해 중요하다. 다음은 오차를 다루는 몇 가지 다른 방법이다. 일반적으로 오차가 적을수록 더 정확한 모델로 평가한다.

1. 평균 제곱 오차(MSE, Mean Squared Error): 예측값과 실제값의 차이를 제곱하여 평균한 값
2. 평균 절대 오차(MAE, Mean Absolute Error): 예측값과 실제값의 차이의 절댓값을 평균한 값
3. 결정 계수( $R^2$ , R-squared): 모델의 설명력을 나타내는 지표로 1에 가까울수록 모델이 데이터를 잘 설명한다. 자세한 공식은 생략한다.

오차를 다루는 방법은 모델의 정확성을 높이고, 일반화 능력을 향상시키는 데 필수적이다. 다양한 오차 측정 지표와 최소화 기법을 통해 모델을 평가하고 개선할 수 있다. 비교적 간단해 보이는 MSE, MAE의 경우에도 자료의 수가 많아지면 계산이 쉽지 않다. 그래서 우리는 PBL에서 공학도구를 이용하여 이러한 오차를 수월하게 다룰 예정이다.

- 다음 예시를 통해 실제로 오차를 구해보고 오차의 의미를 이해해 보자. 어느 가게에서 개업 이후 3일간의 매출을 바탕으로 다음 날의 매출을 예측해 보려고 한다.

일수	1	2	3
매출액(만원)	20	23	28

- (1) 주어진 자료를 이용하여 개업 이후  $x$ 일 째의 매출을 두 일차함수  $f(x)=5x+15$ ,  $g(x)=4x+15$ 로 각각 모델링 하였다. 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 를 이용하여 4일째의 매출을 각각 예측해보자.

- (2) 다음은 모델링한 함수  $f(x)=5x+15$ 에 대한 평균 제곱 오차를 구하는 과정이다. 함수  $g(x)$ 에 대해서도 평균 제곱 오차를 구해보고, 어느 모델이 더 적절한지 판단해보자.

함수  $f(x)$ 에 의한  $x$ 의 값에 대한 예측값을 구해보면

$$f(1)=5 \times 1 + 15 = 20, f(2)=5 \times 2 + 15 = 25, f(3)=5 \times 3 + 15 = 30$$

이고,  $x$ 의 값에 해당하는 실제값은 각각 20, 23, 28이다.

평균 제곱 오차(MSE)는 예측값과 실제값의 차이를 제곱하여 평균한 값이므로

$$\text{MSE} = \frac{(20-20)^2 + (25-23)^2 + (30-28)^2}{3} = \frac{8}{3}$$

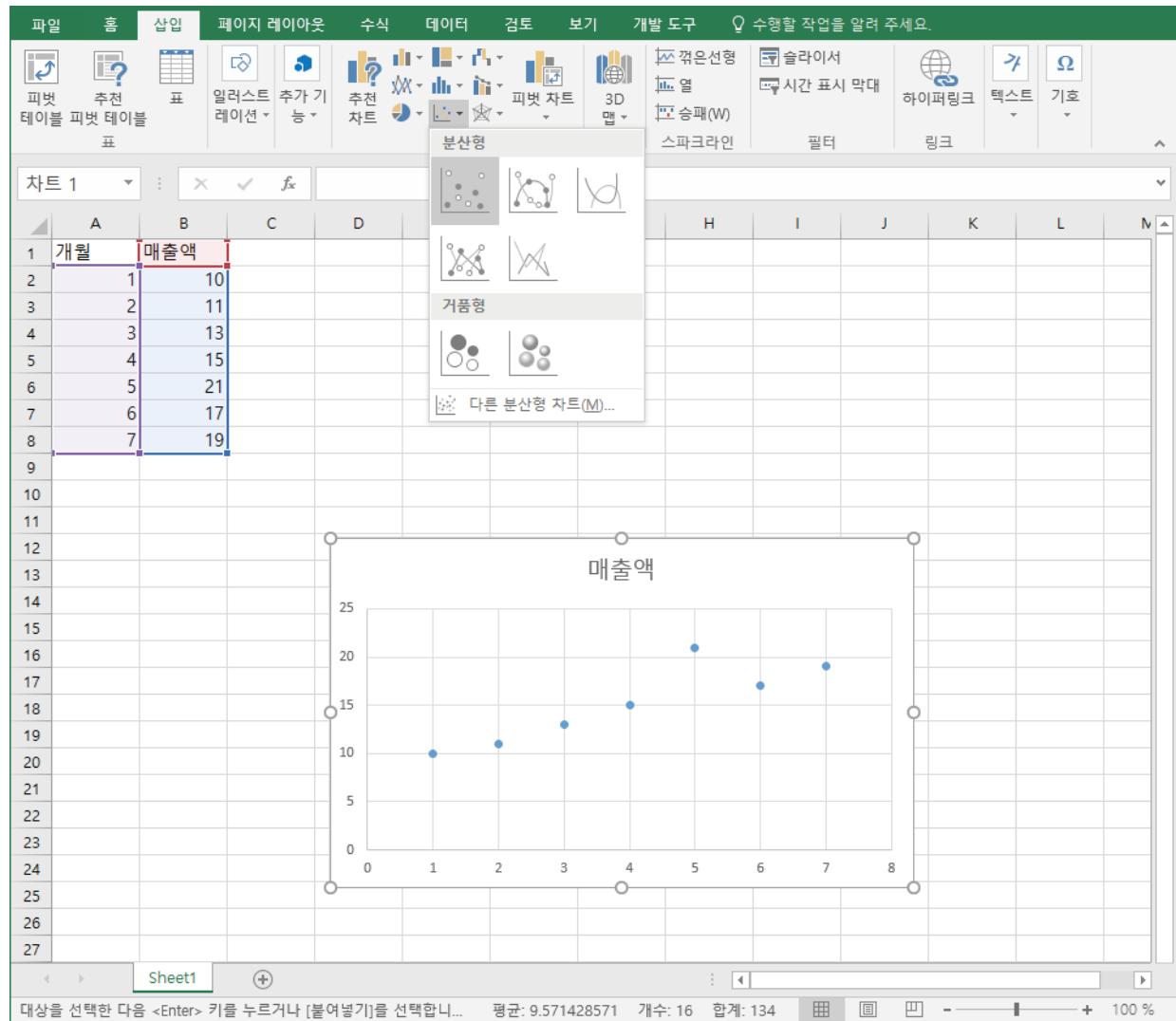
## ◉ 공학 도구(엑셀)를 이용하여 자료를 다항함수로 모델링하는 방법을 익혀보자.

- 엑셀의 그래프 및 추세선 기능을 이용하면 주어진 자료를 간단하게 일차함수 또는 이차함수로 모델링할 수 있다. 다음과 같이 어느 가게의 개업 이후 지난 7개월 간의 매출을 바탕으로 1년 후의 매출을 예측하고자 한다.

개월 수	1	2	3	4	5	6	7
매출액(백만원)	10	11	13	15	21	17	19

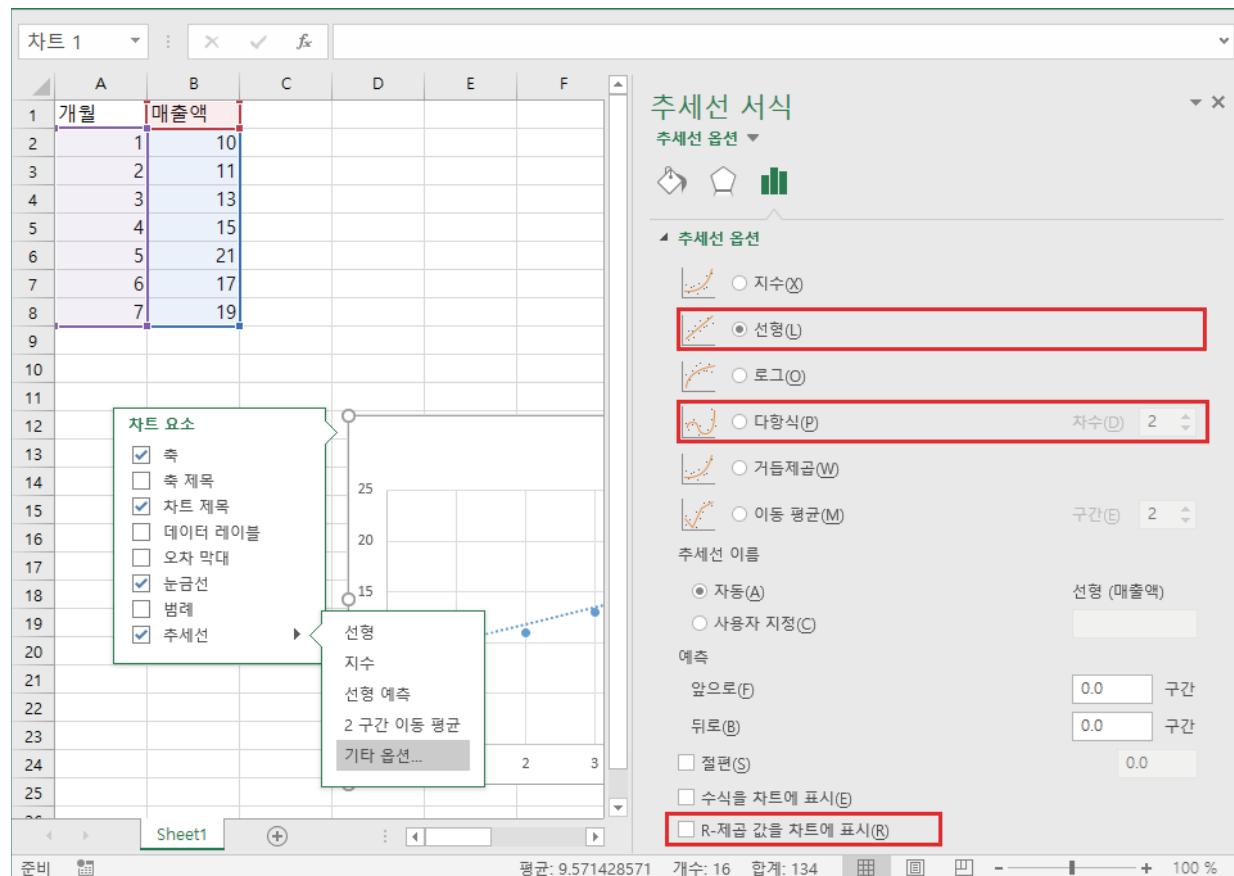
### 1단계: 자료에서 그래프 만들기

엑셀에서  $x$ 축이 될 변수를 왼쪽,  $y$ 축이 될 변수를 오른쪽으로 정하고 입력한다. 입력한 자료를 드래그로 선택한 후 ‘삽입’에서 ‘차트’를 분산형으로 지정하여 그래프를 생성합니다.



## 2단계: 그래프에서 모델링 함수 구하기

그래프를 누르고 '+' 버튼을 눌러 '추세선'을 체크합니다. 기본값으로 일차함수로 모델링이 되며 '추세선' 옆의 '▶'버튼을 눌러 '기타 옵션'을 선택하면 오른쪽 창에 추세선 서식이 나타납니다. 이 창에서  
가. 직접적으로 수식을 확인할 수도 있고  
나. 오차를 나타내는  $R^2$  값도 확인할 수 있으며  
다. 추세선 옵션을 일차함수(선형), 이차함수(다항식) 등으로 바꿀 수 있다.



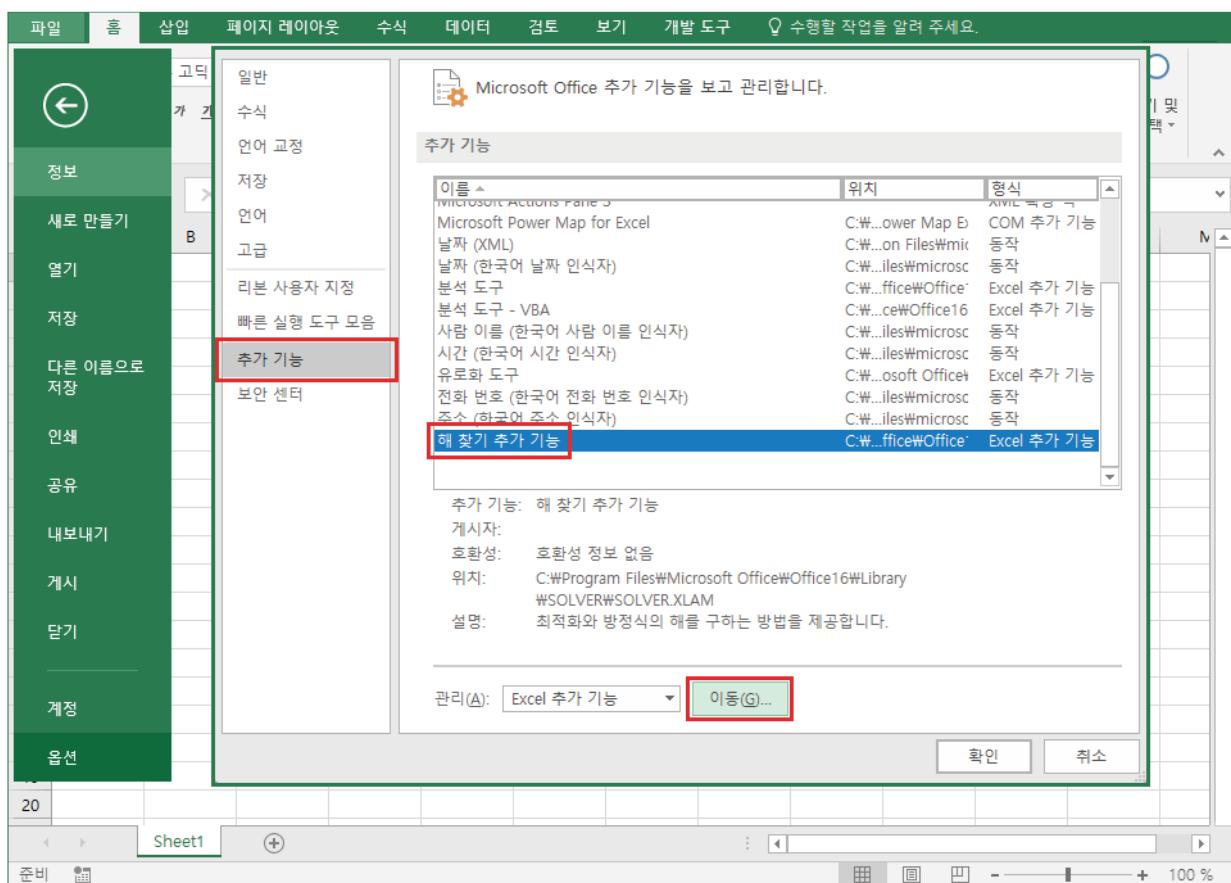
- 위에서 제시된 7개월 간의 매출액 자료를 이용하여 공학도구로 모델링을 하여 일차함수  $f(x)$ 와 이차함수  $g(x)$ 를 각각 구해보자. 또한 두 함수를 활용하여 12개월 뒤의 매출액을 각각 예측해보자.

## ● 공학 도구(엑셀)를 이용하여 자료를 유리함수로 모델링하는 방법을 익혀보자.

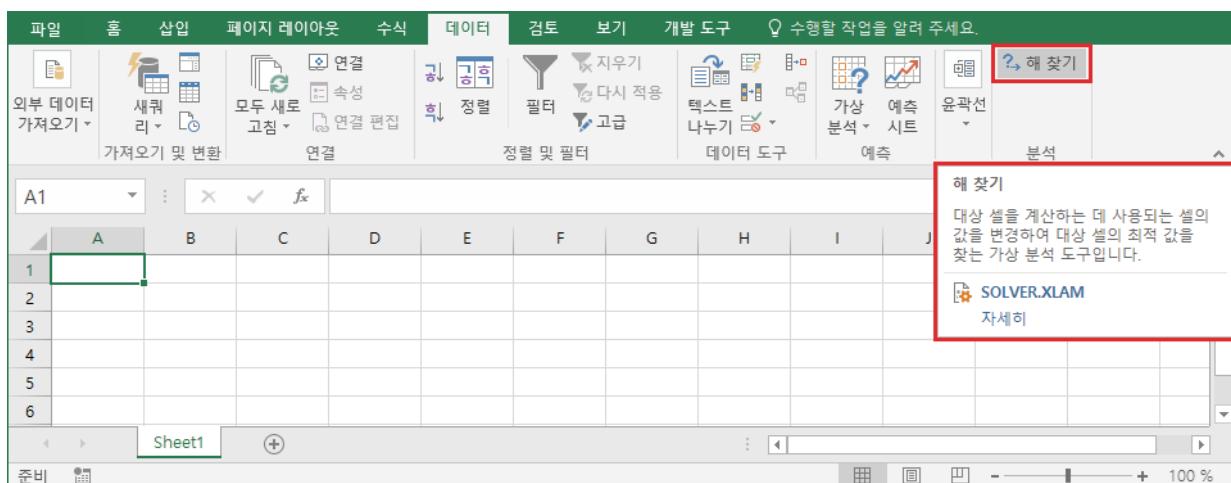
- 엑셀의 그래프에서는 유리함수로 모델링할 수 있는 기능이 없다. 그러나 무한히 증가하거나 감소할 수 있는 일차함수, 이차함수와 달리 유리함수가 모델링에 적합한 데이터도 많이 있다. 엑셀의 solver 기능을 이용하면 평균 제곱 오차(또는 평균 절대 오차)의 개념을 바탕으로 주어진 자료를 유리함수  $y = \frac{k}{x+p} + q$  ( $k, p, q$ 는 상수)로 모델링 할 수 있다.

### 1단계: 엑셀의 solver 기능 추가하기

'파일'의 '옵션'에서 '추가 기능'으로 '해 찾기 추가 기능'을 고르고 '이동'을 누른다.



데이터에 '해 찾기' 기능이 추가된 것을 알 수 있다.



## 2단계: 데이터 준비

엑셀 시트에 데이터를 입력합니다. 그림과 같이 A열에  $x$ 값, B열에  $y$ 값을 입력한다.

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled 'Sheet1'. The data is organized into two columns: 'x' and 'y'. Column 'A' contains values from 1 to 10 under the heading 'x'. Column 'B' contains values from 1 to 0.1 under the heading 'y'. Row 10 is highlighted with a green border. The formula bar at the top shows 'B10' and '0.1'. The 'Data' tab is selected in the ribbon. The status bar at the bottom right shows '130 %' zoom.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	y								
2	1	1								
3	2	0.58								
4	3	0.3								
5	4	0.25								
6	5	0.2								
7	6	0.16								
8	7	0.1								
9	8	0.12								
10	9	0.1								
11										

## 3단계: 초기 추정값 입력

유리함수  $y = \frac{k}{x+p} + q$  ( $k, p, q$ 는 상수)로 모델링을 하므로 세 상수  $k, p, q$ 의 초기 추정값을 D2, E2, F2에 각각 1로 입력한다.

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled 'Sheet1'. The data is organized into four columns: 'x', 'y', 'k', 'p', and 'q'. Column 'A' contains values from 1 to 10 under the heading 'x'. Column 'B' contains values from 1 to 0.1 under the heading 'y'. Column 'D' contains values 1 under the heading 'k'. Column 'E' contains values 1 under the heading 'p'. Column 'F' contains values 1 under the heading 'q'. Row 10 is highlighted with a green border. The formula bar at the top shows 'F2' and '1'. The 'Data' tab is selected in the ribbon. The status bar at the bottom right shows '130 %' zoom.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	y		k	p	q				
2	1	1		1	1	1				
3	2	0.58								
4	3	0.3								
5	4	0.25								
6	5	0.2								
7	6	0.16								
8	7	0.1								
9	8	0.12								
10	9	0.1								
11										

#### 4단계: 예측값 계산

초기 추정값을 바탕으로 함수  $y = \frac{k}{x+p} + q$ 로 계산한 예측값을 구하는 수식을 입력한다. C2셀에 수식 '= \$D\$2 / (A2 - \$E\$2) + \$F\$2'을 입력하고 다음 C열에 데이터의 수 만큼 이 수식을 복사한다.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	y	예측값	k	p	q				
2	1	1	1.5	1	1	1				
3	2	0.58	1.333333							
4	3	0.3	1.25							
5	4	0.25	1.2							
6	5	0.2	1.166667							
7	6	0.16	1.142857							
8	7	0.1	1.125							
9	8	0.12	1.111111							
10	9	0.1	1.1							
11										

#### 5단계: 오차 계산

더 적합한 함수를 찾기 위해 오차를 계산합니다. 우리는 평균 제곱 오차를 사용하여 수식을 입력할 예정입니다. G2셀에 수식 '= (B2 - C2)^2'을 입력하고 다음 G열에 데이터의 수 만큼 이 수식을 복사한다.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	y	예측값	k	p	q	오차			
2	1	1	1.5		1	1	0.25			
3	2	0.58	1.333333				0.567511			
4	3	0.3	1.25				0.9025			
5	4	0.25	1.2				0.9025			
6	5	0.2	1.166667				0.934444			
7	6	0.16	1.142857				0.966008			
8	7	0.1	1.125				1.050625			
9	8	0.12	1.111111				0.982301			
10	9	0.1	1.1				1			
11										

## 6단계: 오차 합 계산

5단계에서 계산된 오차의 합을 계산한다. H2 셀에 수식 '=SUM(G2:G10)'을 입력한다.

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet with the following details:

- File**, **Home**, **Page Layout**, **Formulas**, **Review**, **Data** (selected), **Sort**, **Filter**, **Developer**, and **Help** tabs.
- Toolbars:** 외부 데이터 가져오기 (Import External Data), 새워리 (New Item), 연결 (Connect), 모두 새로 고침 (Refresh All), 속성 (Properties), 연결 편집 (Edit Connection), 정렬 (Sort), 정렬 및 필터 (Sort & Filter), 필터 (Filter), 지우기 (Delete), 다시 적용 (Redo), 고급 (Advanced), 테스트 나누기 (Split View), 데이터 도구 (Data Tools), 예상 분석 (Forecasting), 예측 시트 (Prediction Sheet), 유판선 (Distribution), and 해 찾기 (Find Next).
- Cells:** H2 contains the formula =SUM(G2:G10). The range G2:G10 is highlighted in green.
- Table:** A data table with columns A through J and rows 1 through 11. Column A has values x, y, 예측값, k, p, q, 오차, and 오차의 합. Columns B through J have various numerical values corresponding to the data in column A.
- Bottom Navigation:** Includes buttons for navigating between sheets (Sheet1, Sheet2, etc.), zoom controls (130%), and window controls (minimize, maximize, close).

### 7단계: 최적화된 모델링 함수 찾기

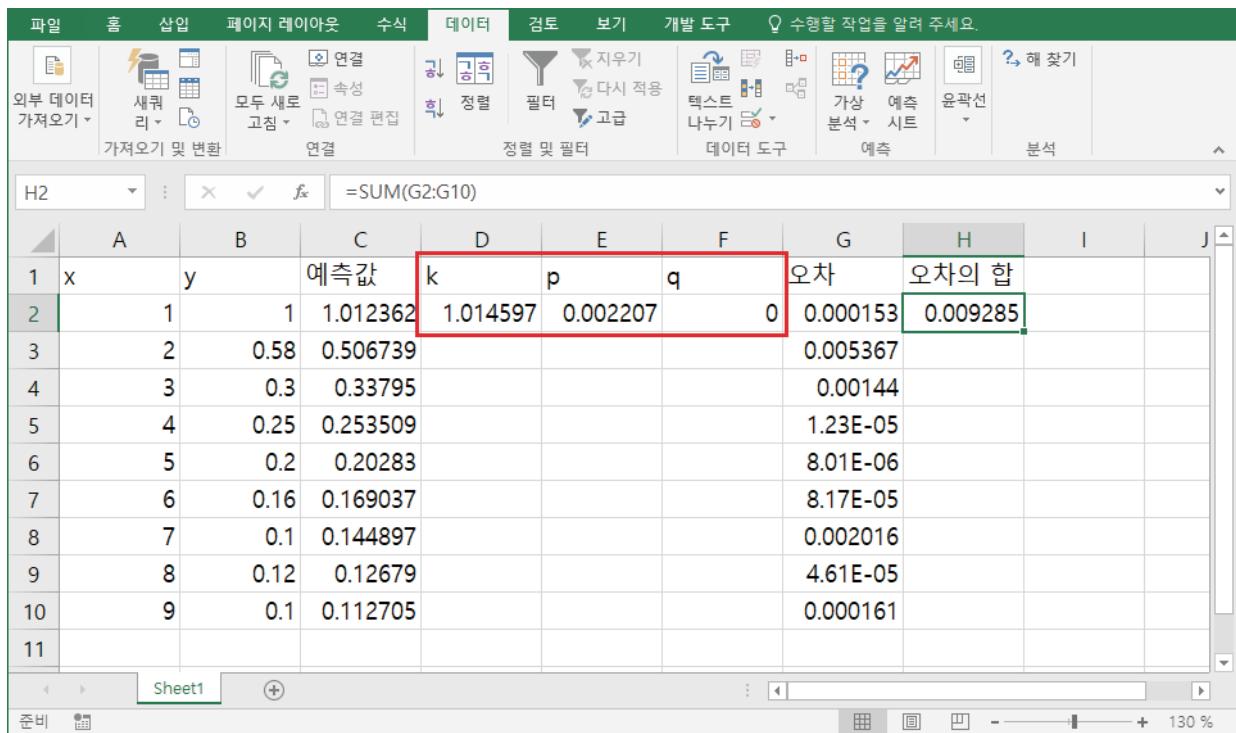
엑셀의 solver 기능을 이용하여 6단계에서 계산한 오차의 합이 최소가 되도록 하는 세 상수  $k$ ,  $p$ ,  $q$ 의 값을 결정한다. ‘데이터’에서 ‘해 찾기’를 실행하여 목표를 ‘\$H\$2’로 변수 셀을 ‘\$D\$2:\$F\$2’로 입력한다.

The screenshot shows the Microsoft Excel ribbon at the top with tabs like 파일 (File), 홈 (Home), 삽입 (Insert), 페이지 레이아웃 (Page Layout), 수식 (Formulas), and 데이터 (Data). The Data tab is selected. On the far left, there's a sidebar with options like 외부 데이터 가져오기 (Get External Data) and 세워 리 (Setup). Below the ribbon is a toolbar with icons for file operations and a formula bar showing =SUM(G2:G10).

The main area displays a table with columns A, B, C, and D. Column A contains values 1 through 9. Column B contains values 1, 0.58, 0.3, 0.25, 0.2, 0.16, 0.1, 0.12, and 0.1. Column C contains labels 예측값 (Predicted Value) and k. Column D contains numerical values starting from 1.5 and decreasing to 1.1. A green dashed box highlights the range \$D\$2:\$F\$2.

A large red box highlights the "Solver Settings" section of the Solver dialog box. It includes fields for 목표 설정 (Objective): \$H\$2, 대상 (Target): 최소 (Minimize), and 범위 셀 변경 (Change Cells): \$D\$2:\$F\$2. There are also checkboxes for 제한 조건에 종속 (Subject to Constraints) and 제한되지 않는 변수를 음이 아닌 수로 설정 (Set non-negative). The Solver dialog box also features buttons for 추가 (Add), 변화 (Change), 삭제 (Delete), 모두 재설정 (Reset All), and 읽기/저장 (Read/Save). At the bottom right, the 해 찾기 (Find Solution) button is highlighted with a red box.

'해 찾기' 버튼을 누르면 최적화된 모델링 함수의 세 상수  $k$ ,  $p$ ,  $q$ 가 구해진다.



The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled "Sheet1". The Data tab is selected in the ribbon. A red box highlights the range D2:F2, which contains the values 1.014597, 0.002207, and 0 respectively. The formula bar at the top shows the formula =SUM(G2:G10). The data table includes columns for x, y, 예측값 (predicted value), k, p, q, 오차 (error), and 오차의 합 (sum of errors). The data rows from 2 to 10 show the following approximate values:

	x	y	예측값	k	p	q	오차	오차의 합
2	1	1	1.012362	1.014597	0.002207	0	0.000153	0.009285
3	2	0.58	0.506739				0.005367	
4	3	0.3	0.33795				0.00144	
5	4	0.25	0.253509				1.23E-05	
6	5	0.2	0.20283				8.01E-06	
7	6	0.16	0.169037				8.17E-05	
8	7	0.1	0.144897				0.002016	
9	8	0.12	0.12679				4.61E-05	
10	9	0.1	0.112705				0.000161	

## ● 모둠 세우기

- 프로젝트를 함께할 모둠원을 구성하고 모둠 이름과 탐구 주제를 논의해 봅시다.

모둠 이름

(모둠원의 공통점, 공동의 목표 등을 활용해 보세요.)

## 탐구 단계

### ● 카드 뉴스 만들기

- 지금까지 학습한 함수의 특성과 모델링 방법을 바탕으로 실제적인 자료를 조사하여 모델링을 수행한 후 데이터에 기반한 카드 뉴스를 만들고자 한다. PBL활동은 다음의 순서로 진행된다. 이때 각 단계에서 모둠별 토의 외에도 대화형 인공지능과의 소통을 통해 다양한 정보와 조언을 듣고 탐구를 진행할 수도 있다.

#### 1단계: 카드 뉴스 알아보고 주제 선정하기

카드 뉴스에 대하여 알아보고 자료와 모델링을 기반으로 구성하기 좋은 주제를 선정한다. 이때 대화형 인공지능의 도움을 받을 수도 있고 직접 신문 기사를 검색하여 데이터를 기반으로 미래를 예측한 실제 사례를 찾아볼 수도 있다.

#### 2단계: 수치 자료 조사하기

목적에 맞추어 내가 조사하는 자료도 좋고, 이미 다른 사람들이 조사한 공인된 자료를 활용해도 좋다.

#### 3단계: 수치 자료 모델링하기

공학 도구의 도움을 받아 주어진 자료를 모델링한다. 이때 유리함수를 포함하여 2개의 서로 다른 함수로 모델링을 할 수 있도록 가급적 자료도 2종류 이상 준비한다.

#### 4단계: 모델링을 기반으로 미래를 예측하고 카드 뉴스 내용 만들기

함수가 구해졌다면 미래의 여러 상황에 대한 예측이 가능하다. 이를 토대로 다양한 형태의 카드 뉴스를 구상하고 이를 위한 원고를 준비한다.

#### 5단계: 카드 뉴스 디자인하기

카드 뉴스의 특징 중 하나는 가독성이다. 준비한 내용을 잘 전달할 수 있도록 카드 뉴스를 디자인해보자.

#### 6단계: 카드 뉴스 완성하기

지금까지의 단계를 마무리하여 카드 뉴스를 제작한다.

## ● 탐구 계획서 작성하기

- 다음 양식을 작성하여 탐구 계획 및 업무 분배를 해보자.

**모둠 이름**

(모둠원의 공통점, 공동의 목표 등을 활용해 보세요.)

**카드 뉴스  
조사하기**

다양한 카드 뉴스 샘플을 찾아 모둠원과 공유하고 카드 뉴스에 대한 감을 키우자.

담당자

기한

**카드 뉴스  
주제 정하기**

카드 뉴스에 대하여 파악했다면 모델링을 활용하여 자료로 쓰기 적당한 주제를 선정해보자. 이때 될법한 주제를 고르기 전에 ‘브레인 스토밍’을 통해 수많은 주제를 쏟아내 보자. 팀원 당 최소 5개 이상 주제를 가져올 것

담당자

기한

모둠원 전체

**관련 수치  
자료 모으기**

이미 공유되는 여러 가지 수치 자료를 활용해도 좋고, 새로이 내가 직접 발로 뛰며 통계 조사를 해도 좋다. 주제를 바탕으로 여러 가지 자료를 모아야 모델링도 할 수 있고 이를 토대로 뉴스를 제작하기도 수월한다.

담당자

기한

**카드 뉴스  
디자인하기**

카드 뉴스란 내용 못지 않게 디자인도 중요하다. 내용에 날개를 달아줄 디자인을 담당해줄 사람을 선정하자.

담당자

기한

## 결과를 발표 단계

### ● 탐구 보고서 1차

모둠 이름

(모둠원의 공통점, 공동의 목표 등을 활용해 보세요.)

주제 선정하기: 예비 주제를 포함하여 팀원들이 제시했던 모든 주제를 담아보자.

수치 자료 조사 계획: 다음 차시까지 수치 자료를 어떻게 준비할 것인지 계획을 세우자.

## ● 탐구 보고서 2차

모둠 이름

(모둠원의 공통점, 공동의 목표 등을 활용해 보세요.)

수치 자료 정리하기: 조사한 수치 자료 목록을 정리한다. 개인 자료의 경우는 출처를 적고, 직접 조사 자료의 경우는 조사 방법을 적는다.

III

카드 뉴스 방향 정하기: 다음 차시에 만들 카드 뉴스의 내용 및 디자인에 대한 계획을 적는다.

※ 2차 보고서 이후 활동에 대한 평가는 카드 뉴스 제작물 및 PBL활동 성찰 일지로 진행한다.

## 성찰 단계

### ● PBL활동 성찰 일지 작성하기

모둠 이름: \_\_\_\_\_ 학년: \_\_\_\_\_ 반: \_\_\_\_\_ 번호: \_\_\_\_\_ 이름: \_\_\_\_\_

모둠별 카드 뉴스 논평: 다른 모둠의 카드 뉴스를 듣고 이에 대한 본인의 의견을 적으시오. 비난보다는 자신의 생각이 드러날 수 있는 논평이 되도록 합시다.

모둠 1

모둠 2

모둠 3

모둠 4

모둠별 칭찬하기: 다른 모둠의 카드 뉴스에 대한 칭찬을 한 마디씩 적읍시다.

모둠 1

모둠 2

모둠 3

모둠 4

모둠 이름:

학년: \_\_\_\_\_

반: \_\_\_\_\_

번호: \_\_\_\_\_

이름: \_\_\_\_\_

**자기 자신에 대하여**

이번 PBL활동을 통해 무엇을 배웠나요? (학습 내용)

이번 PBL활동에서 가장 최선을 다한 활동은 무엇인가요?

이번 PBL활동에서 가장 어려웠던 활동은 무엇인가요?  
어려움을 극복하기 위해 어떤 노력을 기울였나요?

이번 PBL활동을 하며 나에게 어떤 변화가 일어났나요?  
이번 프로젝트가 앞으로의 삶에 어떤 도움이 될 거라고 생각하나요?

**모둠원에 대하여**

이번 PBL활동에서 모둠원의 협력에 가장 많이 기여한 사람은 누구인가요? 구체적인 사례도 적어 주세요.

**프로젝트에 대하여**

가장 재미있었던 활동은 무엇인가요?

가장 아쉬웠던 활동은 무엇인가요?

후배들에게 이 PBL활동을 추천하거나 또는 추천하지 않는다면 그 이유가 무엇인가요?

어떻게 하면 선생님이 PBL활동을 더 좋은 방향으로 개선 할 수 있을까요?



## 공통수학1

쪽	제재명	출처
14	『EBS 지식』 유튜브 영상	<a href="https://www.youtube.com/embed/IXCqGSLzMy8?start=557">https://www.youtube.com/embed/IXCqGSLzMy8?start=557</a>
14	『EBSMath』 웹툰	<a href="https://www.ebsmath.co.kr/url/go/95010">https://www.ebsmath.co.kr/url/go/95010</a>
23, 24	『조선 시대 수학 문제』 이미지	<a href="https://chatgpt.com/">https://chatgpt.com/</a>
36	『스브스뉴스』 유튜브 영상	<a href="https://www.youtube.com/embed/twYELrPju_M">https://www.youtube.com/embed/twYELrPju_M</a>

※ 출처 표시를 안 한 사진 및 삽화 등은 저작사나 발행사에서 저작권을 가지고 있는 경우임.

## 공통수학2

쪽	제재명	출처
66	『Olympics』 유튜브 영상	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=l9uVg-feZoM">https://www.youtube.com/watch?v=l9uVg-feZoM</a>
67	픽토그램–1	<a href="https://www.iso.org/obp/ui/#iso:grs:7010:P022">https://www.iso.org/obp/ui/#iso:grs:7010:P022</a>
	픽토그램–2	<a href="https://www.iso.org/obp/ui/#iso:grs:7010:W021">https://www.iso.org/obp/ui/#iso:grs:7010:W021</a>
	픽토그램–3	<a href="https://www.iso.org/obp/ui/#iso:grs:7010:E008">https://www.iso.org/obp/ui/#iso:grs:7010:E008</a>
	픽토그램–4	<a href="https://www.iso.org/obp/ui/#iso:grs:7010:M016">https://www.iso.org/obp/ui/#iso:grs:7010:M016</a>
68	픽토그램–5	<a href="https://www.iso.org/obp/ui/#iso:grs:7010:E001">https://www.iso.org/obp/ui/#iso:grs:7010:E001</a>
70	desmos 버튼–1~2	<a href="https://www.desmos.com/">https://www.desmos.com/</a>
71	desmos 사진–1~4	<a href="https://www.desmos.com/">https://www.desmos.com/</a>
78	desmos 사진–5~8	<a href="https://www.desmos.com/">https://www.desmos.com/</a>
91	엑셀 사진–1	Microsoft-Excel
92	엑셀 사진–2	Microsoft-Excel
93	엑셀 사진–3~4	Microsoft-Excel
94	엑셀 사진–5~6	Microsoft-Excel
95	엑셀 사진–7~8	Microsoft-Excel
96	엑셀 사진–9~10	Microsoft-Excel
97	엑셀 사진–11	Microsoft-Excel

※ 출처 표시를 안 한 사진 및 삽화 등은 저작사나 발행사에서 저작권을 가지고 있는 경우임.